

Grado Universitario en Ingeniería
en Tecnologías Industriales
2017-2018

Trabajo de Fin de Grado

“DISEÑO Y CÁLCULO DE UN MÓDULO HINCHABLE EN MARTE”

Álvaro Monroy Dones

Tutor

Carlos Santiuste Romero

Madrid, septiembre de 2018

RESUMEN

Desde la llegada del hombre en la Luna, el objetivo principal de la comunidad científica y aeroespacial ha sido la investigación y colonización del planeta Marte. No solo por su relativa proximidad a nuestro planeta, sino por ser el más parecido a la Tierra, lo cual lo hace crucial para el desarrollo de la especie humana.

En un futuro próximo, el envío de misiones tripuladas será posible, muchas de ellas con el objetivo de establecer una colonia para la investigación de la superficie del Planeta Rojo mediante la instalación de módulos habitables.

La lejanía del planeta y sus condiciones extremas han provocado que factores como el peso o el método de construcción de estos sean determinantes en una misión de tal naturaleza. Por ello, actualmente una de las propuestas más innovadoras para la construcción y diseño de estos módulos es la utilización de estructuras membranales.

El objetivo de este trabajo es estudiar y resolver las ecuaciones de la teoría de láminas para su aplicación en el diseño de la capa de contención de un módulo hinchable para su uso en una misión de investigación a Marte.

ABSTRACT

Since the arrival of the human being to the Moon, the main goal of the scientific and aerospace community has been the research and colonization of Mars. Not only because of its relative proximity to our planet, but also for its resemblance to the Earth, which make it crucial to the development of the human species.

In the near future, the sending of manned missions will be feasible, many of them with the aim of establishing a colony for the investigation of the Red Planet surface through the construction of habitable modules.

Factors like the building method or the weight have become decisive in missions of such nature, mainly because of the remoteness of the planet and its extreme conditions. Therefore, one of the most innovative proposals for the construction and design of these modules is the use of membrane structures.

This project aims to study and resolve the equations of the theory of shells to apply them in the design of the restraint layer of an inflatable module for use in a research mission to Mars.

PALABRAS CLAVE

MARTE, MÓDULO, MEMBRANA, HINCHABLE, TEORÍA DE LÁMINAS, NASA

GLOSARIO DE ABREVIATURAS

EEUU: Estados Unidos de América

URRS: Unión de las repúblicas socialistas soviéticas

NASA: National Aeronautics and Space Administration

ESA: Agencia Espacial Europea

FKA: Agencia Espacial Federal Rusa

ISS: Estación Espacial Internacional

FBC: Faster Better Cheaper

MGS: Mars Global Surveyor

MAVEN: Mars Atmosphere and Volatile Evolution

BEAM: Bigelow Expandable Activity Module

MOM: Mars Orbiter Mission

PET: Tereftalato de Polietileno

FAA: Administración Federal de Aviación de EEUU

ÍNDICE

RESUMEN	II
ABSTRACT.....	III
PALABRAS CLAVE	III
GLOSARIO DE ABREVIATURAS.....	IV
ÍNDICE	V
ÍNDICE DE FIGURAS	VII
ÍNDICE DE TABLAS	IX
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 MOTIVACIÓN.....	1
1.2 OBJETIVOS.....	3
1.3 IMPACTO SOCIOECONÓMICO	4
1.4 RESUMEN DEL DOCUMENTO	5
2. ANTECEDENTES	6
2.1 MARTE	6
2.1.1 Descubrimiento y observación de Marte.....	6
2.1.2 Historia de la exploración espacial de Marte	7
2.1.3 Exploración de Marte en la actualidad	10
2.1.4 Condiciones y características de Marte	12
2.2 ESTRUCTURAS NEUMÁTICAS	14
2.2.1 Definición de una estructura neumática	15
2.2.2 Tipos de estructuras neumáticas.....	15
2.2.3 Historia de las estructuras neumáticas.....	16
2.2.4 Estructuras neumáticas en el espacio	17
2.3 TEORÍA DE LÁMINAS.....	21
2.3.1 Membranas de revolución	22
2.3.2 Ecuaciones generales para membranas de revolución cargadas simétricamente respecto al eje de revolución.....	23
2.4 NORMATIVA UTILIZADA.....	25
3. DISEÑO DEL MÓDULO	27
3.1 Tipo de estructura	27
3.2 Objeto de estudio: capa de contención.....	27

3.3 Materiales	28
3.3.1 Kevlar®	29
3.3.2 Vectran®	29
3.4 Volumen del módulo	30
3.5 Geometría de la estructura.....	32
3.6 Método de cálculo.....	34
4. MÓDULO SEMIESFÉRICO	37
4.1 Cálculo de dimensiones.....	37
4.2 Cálculo de las fuerzas membranales	37
4.3 Cálculo del espesor de la membrana	39
4.3.1 Kevlar®	39
4.3.2 Vectran®	40
4.4 Cálculo del peso de la membrana	40
4.4.1 Kevlar®	40
4.4.2 Vectran®	41
4.5 Resultados obtenidos	42
5. MÓDULO SEMIESFEROIDE	44
5.1 Cálculo de dimensiones.....	44
5.2 Cálculo de las fuerzas membranales	45
5.2.1 Cálculo en el punto más alto	46
5.2.2 Cálculo en el ecuador.....	47
5.2.3 Cálculo en puntos intermedios	48
5.3 Cálculo del espesor de la membrana	50
5.3.1 Kevlar®	51
5.3.2 Vectran®	51
5.4 Cálculo del peso de la membrana	51
5.4.1 Kevlar®	52
5.4.2 Vectran®	52
5.5 Resultados obtenidos	53
6. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS.....	55
7. CONCLUSIONES	58
8. LÍNEAS FUTURAS DE TRABAJO.....	59
9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	60

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: SpaceX Mars City (crédito: SpaceX)	2
Figura 2.1: Modelo heliocéntrico del sistema solar [2]	6
Figura 2.2: Syrtis Major, dibujado por Christiaan Huygens en 1659 [3]	7
Figura 2.3: el Sputnik 1 de la URSS (crédito: NASA)	7
Figura 2.4: Módulo de aterrizaje Viking 1 (crédito: NASA)	8
Figura 2.5: Foto del “rostro en Marte” tomada por el MSG (crédito: NASA)	9
Figura 2.6: El rover Sojourner en la superficie de Marte (crédito: NASA)	9
Figura 2.7: Modelos de los rovers Opportunity, Spirit, Sojourner y Curiosity, colocados de Izquierda a derecha (crédito: NASA)	10
Figura 2.8: Autorretrato del rover Curiosity (crédito: NASA)	11
Figura 2.9: Valles Marineris (crédito: NASA)	12
Figura 2.10: Representación del núcleo de Marte (crédito: NASA)	13
Figura 2.11: Cambio de aspecto de la superficie de Marte con las tormentas de polvo (crédito: NASA)	14
Figura 2.12: Prototipo de cúpula radar de Walter Bird (crédito: BirdAir)	14
Figura 2.13: Ejemplos de estructuras soportadas por aire [18].	15
Figura 2.14: Ejemplos de estructuras con aire a presión [18].	15
Figura 2.15: Patente de Frederick William Lanchester [20].	16
Figura 2.16: Pabellón de Estados Unidos en la Expo de Osaka [18].	17
Figura 2.17: Ciudad instantánea de Ibiza de José Miguel de Prada [19]	17
Figura 2.18: Satélite pasivo Echo (crédito: NASA)	18
Figura 2.19: Prototipo del Erectable Torus Manned Space Laboratory (crédito: NASA)	18
Figura 2.20: Concepto de un hábitat lunar inflable (crédito: NASA)	19
Figura 2.21: Vista interior del TransHab (crédito: NASA)	20
Figura 2.22: Módulo B330 acoplado a la ISS (crédito: Bigelow Aerospace)	20
Figura 2.23: Modelización 3D del módulo inflable de RKK Energia (crédito: RKK Energía)	21
Figura 2.24: Esfuerzos de una lámina: a) fuerzas resultantes b) momentos resultantes [34]	21
Figura 2.25: Geometría de una membrana de revolución [36]	22
Figura 3.1: Composición de la pared del TransHab (crédito: NASA)	28
Figura 3.2: Curva del volumen habitable medio (crédito: NASA)	31
Figura 3.3: Fotomontaje de un módulo esférico inflable acoplado a la ISS (crédito: A. Vogler) .	32
Figura 3.4: Mars Desing Reference Mission (crédito: NASA)	33

Figura 3.5: Esferoide oblato [53]	33
Figura 3.6: Geometría de la porción de membrana [36]	35
Figura 4.1: Modelización 3D de la capa semiesférica (Elaboración propia).....	42
Figura 5.1: Geometría de una membrana elipsoidal [56]	46
Figura 5.2: Modelización en 3D de la capa semiesferoide (Elaboración propia).....	53
Figura 5.3: Distribución de tensiones en la membrana semiesferoide (Elaboración propia)	54

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1: Datos básicos de la Tierra y de Marte [14]	12
Tabla 3.1: Parámetros de la misión [51]	30
Tabla 3.2: Resumen de los volúmenes habitables de misiones pasadas de larga duración [50]	31
Tabla 3.3: Fórmulas para el cálculo del volumen [53]	34
Tabla 3.4: Resumen de las propiedades de los materiales seleccionados [54,55]	36
Tabla 4.1: Resumen de resultados obtenidos para el módulo semiesférico.....	42
Tabla 5.1: Resumen de las fuerzas de membrana en el esferoide	50
Tabla 5.2: Resumen de resultados obtenidos para el módulo semiesferoide	53
Tabla 6.1: Resumen de los resultados obtenidos de ambas geometrías.	55

1. INTRODUCCIÓN

1.1 MOTIVACIÓN

Cuando escuchas las palabras “estructura hinchable”, se tiende a pensar en los típicos castillos hinchables característicos de las ferias o de las fiestas de cumpleaños que tanto gusta a los más pequeños. Imaginar otro tipo de uso para estructuras de este tipo puede sonar extravagante, incluso futurista. De hecho, la Unión Europea aún no ha publicado un Euro-código para el diseño y construcción de estructuras membranales, con lo cual no es de extrañar que la idea de construir un edificio habitable mediante la acción de aire a presión resulte vanguardista.

Las estructuras hinchables y su tecnología presentan grandes ventajas frente a otros métodos de construcción más convencionales. Debido a la simplicidad de su diseño, sus costes de funcionamiento se reducen considerablemente. Suelen ser estructuras flexibles, de rápida y fácil construcción, por ello su coste inicial suele ser menor. Su bajo peso y su capacidad de reducción de volumen hacen que sean estructuras fáciles de transportar. Además, la naturaleza y propiedades tensionales de estas estructuras permiten la utilización de una gran diversidad de materiales con múltiples propiedades, entre ellas la capacidad de ser reciclables, o ser energéticamente eficientes.

Todo lo expuesto en el párrafo anterior demuestra lo sorprendente que es y puede llegar a ser esta tecnología, que hoy en día sigue desarrollándose. Sin embargo, estas estructuras, desde la perspectiva de una persona inexperta, parecen presentar ciertas limitaciones, ya que en entornos donde las condiciones sean extremas o puedan llegar a serlo, las características de los materiales que componen una membrana clásica, como la flexibilidad o maleabilidad, no suelen ir acompañadas de gran resistencia y aislamiento, propiedades esenciales en esas situaciones. Además, la posibilidad de que una fisura en la membrana pueda provocar el desplome de la estructura entera, no incita a pensar que se trate de una tecnología polivalente y segura.

Cuando la compañía *Bigelow Aerospace* anunció las características y finalidad del módulo hinchable que iba a acoplar en la Estación Espacial Internacional para su testeo y posterior uso como espacio adicional, evidenciaba que las posibilidades de la tecnología inflable llegaban mucho más lejos. No sólo se mostraría el proceso de inflado del módulo en el espacio, sino que los astronautas de la estación entrarían rutinariamente en el módulo para coger mediciones y supervisar su capacidad para alojar tripulación en su interior.

Sus aplicaciones aeroespaciales la convierten en una tecnología muy interesante. No solo por el hecho de hinchar una estructura en un entorno tan diferente y extremo como es el espacio, sino por los materiales utilizados o su estado tensional una vez inflado. Su investigación y

desarrollo no sólo abaratará los costes de una futura misión espacial más ambiciosa, sino que permitirá llegar mucho más lejos.

Dado que este tipo de misiones son de gran envergadura, ya que son llevadas a cabo durante años de investigación por equipos formados por un gran número de expertos, este trabajo se tuvo que centrar en uno de los procesos del análisis preliminar para su diseño final. El estudio de su estado tensional es uno de los análisis más importantes. Determina la geometría del módulo y gran parte de su peso, aspectos fundamentales en el diseño y la construcción de estos módulos. Además, en muchas de las carreras de ingeniería no se tiene la ocasión de estudiar el comportamiento tensional de este tipo de estructuras, lo que convierte su investigación en una actividad enriquecedora y de gran utilidad. A medida que se desarrollen los materiales de las membranas, este tipo de estructuras serán cada vez más comunes.

Por otro lado, la instalación de un módulo permanente en Marte como centro de investigación significaría un gran avance para la tecnología y para el ser humano. Pisar la superficie del Planeta Rojo es una de las asignaturas pendientes del mundo aeroespacial. El estudio de su superficie, tanto a nivel geológico como geográfico, nos permitirá descifrar incógnitas no solo del planeta en sí, sino del nuestro propio e incluso del origen del universo. El éxito de una misión de ese calibre aumentaría nuestras limitaciones tecnológicas y nos alentaría a ir más lejos o levantar instalaciones más complejas.

Por último, uno de los temas más inquietantes respecto al futuro de la humanidad es que existe la posibilidad de que un día, la Tierra, tal y como se conoce, dejará ser un lugar adecuado para el desarrollo y la supervivencia del ser humano, ya que el planeta, como todo elemento, tiene una duración. Dado que hasta ahora no se ha encontrado ninguna solución definitiva para evitar ese terrible destino, la idea de buscar otros lugares donde la humanidad pueda vivir y desarrollarse para preservar su existencia es cada vez menos descabellada. La invención y desarrollo una forma eficiente, económica y segura para construir hábitats en entornos inhóspitos, será un gran avance para el ser humano y para el futuro de la humanidad. De alguna forma, con el presente trabajo se pretende contribuir a ese desarrollo.



Figura 1.1: SpaceX Mars City (crédito: SpaceX)

1.2 OBJETIVOS

El objetivo principal de este trabajo es el diseño y la determinación de las dimensiones de la capa de contención de un módulo hinchable para su posterior uso como módulo de investigación en el planeta Marte.

Se pretende hacer un análisis teórico del estado tensional de la capa de contención bajo la acción de la presión del aire cuando el módulo esté totalmente hinchado. Para realizar el análisis teórico, se usará la teoría de placas y láminas para hallar las ecuaciones de equilibrio, considerando a la capa una lámina sin flexiones. De esta forma, se averiguarán los valores máximos de tensión en la capa.

Se estudiarán las propiedades mecánicas de dos de los materiales más utilizados actualmente por la NASA para la construcción de esta capa: el Kevlar® y el Vectran®. Se evaluarán las geometrías más adecuadas para una estructura hinchable de estas características, y se estudiarán finalmente dos tipos de geometrías posibles: la semiesférica y la semiesferoidal.

Finalmente, se analizarán los resultados obtenidos, y se elegirá un material y una geometría adecuada para la capa de contención del módulo. Se tendrán en cuenta características esenciales para su uso como módulo marciano, como el peso de la capa o el aprovechamiento del espacio interior del módulo.

1.3 IMPACTO SOCIOECONÓMICO

Este trabajo se ha realizado mediante el estudio de las estructuras neumáticas y el análisis de las tensiones que ocurren en las láminas sin flexión. Dado que no se ha cuantificado las horas de investigación para realizar la memoria y los cálculos del trabajo, no se ha definido un presupuesto del estudio realizado.

Los resultados de este proyecto tendrían un gran impacto en el sector espacial y aeronáutico. Se ha mostrado que la aplicación de estructuras hinchables en el sector espacial es cada vez más común, ya que abaratan las misiones espaciales reduciendo el peso y el volumen de la carga. Con este tipo de estructuras se acelerarán los procesos de construcción y se aumentarán las posibilidades de alcanzar otros lugares más alejados de la Tierra, por lo que cada vez serán más comunes.

Por otro lado, al demostrarse que la curvatura de las membranas en una estructura hinchable es determinante para la reducción de sus tensiones, este trabajo tendría un gran impacto en las pautas de diseño de este tipo de módulos. Se intentaría diseñar módulos con formas geométricas inusuales, de tal forma que se aprovechara el espacio interior al máximo y se redujeran los esfuerzos de membrana.

Por último, la instalación de un módulo espacial de estas características para su instalación en Marte generaría una fuerte expectación en el panorama internacional. No sólo por el hecho de pisar la superficie de Marte, sino por la capacidad de instalar un complejo de investigación en un planeta distinto a la Tierra. Al igual que lo fue la llegada del ser humano a la Luna en 1969, la conquista del Planeta Rojo será un hito en la historia de la Edad Contemporánea.

1.4 RESUMEN DEL DOCUMENTO

En el **primer capítulo**, se presenta la motivación, estableciendo las razones por las que se ha elegido el tema y porqué es relevante este tipo de análisis. A continuación, se exponen los objetivos que se pretenden alcanzar con la realización del trabajo. En el siguiente apartado se reflejan los contenidos del entorno socioeconómico. Finalmente, se resume el contenido de los capítulos.

En el **segundo capítulo**, se realiza un estudio de los antecedentes más relevantes para la realización del trabajo. Se presenta un resumen del descubrimiento y la exploración del planeta Marte, destacando los hechos más relevantes, y se establecen las principales propiedades físicas del planeta; un resumen de las propiedades de las estructuras neumáticas y su uso en la historia y en el espacio; el desarrollo de la teoría de láminas para el estudio tensional de la capa; y un apartado donde se refleja el marco regulador del trabajo.

En el **tercer capítulo** se explica y se define las especificaciones generales del diseño del módulo. En primer lugar, se justifica la elección del tipo de estructura teniendo en cuenta su finalidad. En segundo lugar, se especifican las razones por las que la capa de contención es el objeto de estudio del trabajo. En tercer lugar, se presentan la historia y propiedades de los materiales escogidos para el análisis, el Kevlar® y el Vectran®. En cuarto lugar, se calcula el volumen del módulo, basado en las especificaciones generales de la NASA para viajes de larga duración. En quinto lugar, se realiza un análisis de las geometrías básicas de las estructuras hinchables usadas en el espacio, eligiendo finalmente la geometría semiesférica y semiesferoidal para el análisis tensional. Por último, se desarrolla el proceso de cálculo de las dimensiones de la capa de contención, desde la obtención de las ecuaciones de equilibrio de membrana hasta el cálculo del peso de la capa.

En el **cuarto y quinto capítulo**, se realiza los cálculos necesarios para hallar las dimensiones finales de la capa semiesférica y semiesferoidal, respectivamente. En primer lugar, se define las dimensiones geométricas de la capa basándose en el volumen calculado en el tercer capítulo. En segundo lugar, se aplican las ecuaciones de equilibrio de membrana para hallar la máxima tensión producida en la capa. En tercer lugar, mediante las resistencias últimas de los dos materiales expuestos en el tercer capítulo, se calcula el espesor de la capa. En cuarto lugar, se procede a calcular el peso de la capa mediante la densidad de los materiales. Finalmente, se analizan los resultados obtenidos.

En el **sexto capítulo**, se realiza una comparación entre los resultados obtenidos para la capa semiesférica y la capa semiesferoidal. Se estudia los materiales en ambos casos y se establece el óptimo. Se analiza el peso la capa y el aprovechamiento del espacio interior, así como la superficie útil de cada módulo.

En el **séptimo y octavo capítulo**, se exponen las conclusiones del trabajo y las líneas futuras de trabajo una vez realizado en análisis del presente documento.

2. ANTECEDENTES

2.1 MARTE

2.1.1 Descubrimiento y observación de Marte

Marte es muy parecido a Venus, es muy brillante y se puede ver fácilmente en el cielo de noche. Es por eso por lo que no se sabe a ciencia cierta quién lo descubrió. Los primeros registros de la observación del Planeta Rojo datan del siglo II a.C., cuando los antiguos astrónomos egipcios empezaron a observar el cielo y las estrellas. Más tarde, aparecieron los primeros registros sobre los movimientos de Marte por parte de la civilización babilónica [1].

Los antiguos filósofos griegos y los astrónomos helenísticos desarrollaron un modelo geocéntrico para explicar los movimientos del planeta. En el siglo XVI, Nicolás Copérnico expuso su modelo heliocéntrico del sistema solar, que más tarde fue revisado por Johannes Kepler ajustando la órbita elíptica de Marte.

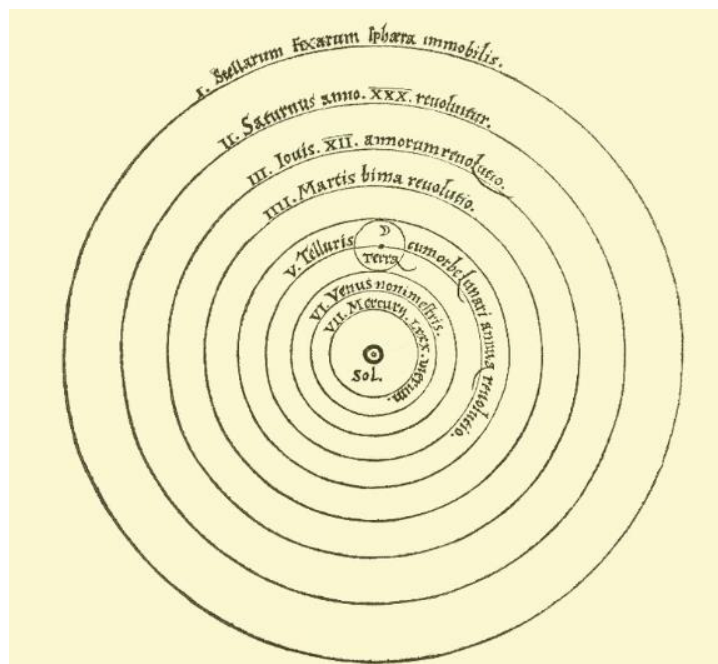


Figura 2.1: Modelo heliocéntrico del sistema solar [2]

A principios del siglo XVII Galileo Galilei observó por primera vez el planeta mediante un telescopio. Vio Marte como un disco, en vez de un punto de luz en el espacio. Este descubrimiento fue bastante importante, ya que sugería que Marte era un planeta.

A mediados del siglo XVII, el astrónomo holandés Christiaan Huygens fabricó un telescopio de 50 aumentos, marcando un antes y un después en el desarrollo del alcance y la precisión de estos aparatos. Con él, Huygens logró vislumbrar una curiosa mancha sobre la superficie del planeta llamada *Syrtis Major*. Gracias a esa mancha, pudo determinar el periodo de rotación de Marte [3].

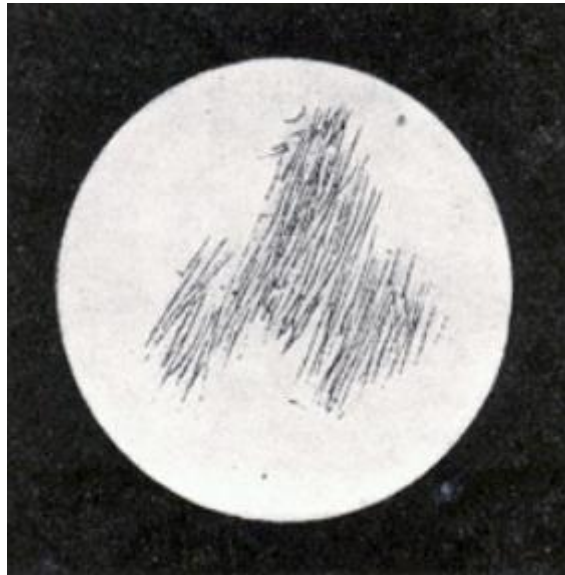


Figura 2.2: Syrtis Major, dibujado por Christiaan Huygens en 1659 [3]

2.1.2 Historia de la exploración espacial de Marte

Tras la Segunda Guerra Mundial, el mundo se divide en dos bloques políticos enfrentados, representados por las dos potencias mundiales del momento: Estados Unidos y la Unión Soviética. Estos comenzaron una competición tecnológica que tuvo como gran objetivo la Luna, llamada la Carrera Espacial. El 4 de octubre de 1957, la antigua URSS lanzó con éxito el *Sputnik 1*, el primer satélite artificial en alcanzar la órbita, y comenzó la carrera espacial.

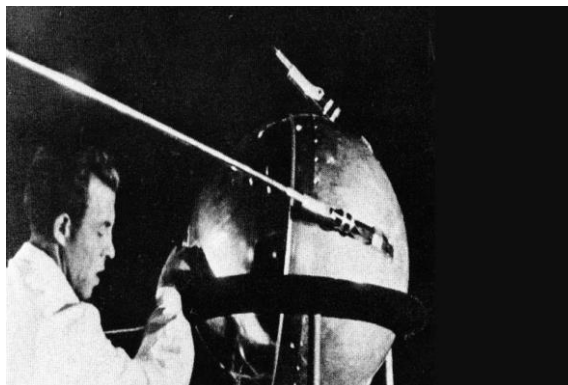


Figura 2.3: el Sputnik 1 de la URSS (crédito: NASA)

La primera misión con éxito a Marte fue la *Mariner 4*. Lanzada por la NASA el 28 de noviembre de 1964, la sonda pasó a 9850 kilómetros de Marte, y envió las primeras fotos de Marte [4]. Dos días después de que la *Mariner 4* despegara, la URSS lanzó al espacio el *Zond 2*. La sonda espacial llegó a sobrevolar el planeta rojo a una distancia de 1500 kilómetros, pero se perdieron las comunicaciones con la nave y no pudo enviar información de vuelta.

La primera nave que entró en órbita de Marte fue *Mars 2*, lanzada por la URSS en 1971. Sin embargo, su módulo de aterrizaje se estrelló contra la superficie del planeta. Su nave hermana, la *Mars 3*, entró también en órbita de Marte y logró soltar un módulo de aterrizaje que funcionó durante 14,5 segundos por razones desconocidas [5]. La primera sonda orbital de la NASA a Marte fue la *Mariner 9*, y logró su objetivo el mismo año. Estuvo orbitando alrededor del planeta casi un año y envió las primeras fotos de las lunas irregulares de Marte, *Phobos* y *Deimos*.

Sin embargo, las misiones que popularizaron la exploración de Marte fueron sin duda las naves gemelas *Viking*, lanzadas en 1975. Ambas consistieron en un vehículo orbital y un módulo de aterrizaje. Estos últimos obtuvieron las primeras imágenes detalladas de la superficie de Marte. Los módulos mapearon el 97% del suelo marciano [6].

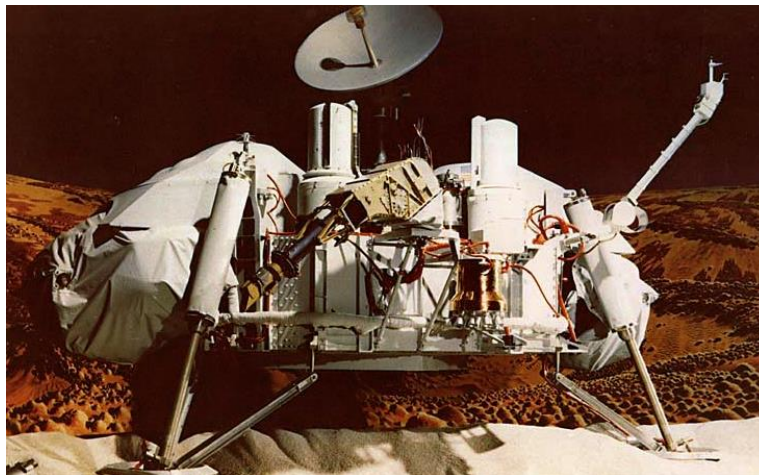


Figura 2.4: Módulo de aterrizaje Viking 1 (crédito: NASA)

El siguiente intento de la NASA para alcanzar el Planeta Rojo se produjo en la década de 1990, cuando *Mars Observer* se lanzó al planeta el 25 de septiembre de 1992. Se perdió justo antes de que se suponía que alcanzara la órbita el 21 de agosto de 1993. La pérdida fue especialmente dolorosa, ya que la nave espacial fue 600 millones de dólares más caro que lo estimado en un principio [7]. Este fue uno de los factores que desencadenó un nuevo movimiento dentro de la NASA para crear misiones FBC (*Faster, Better, Cheaper*) que aprovecharían la electrónica avanzada de los ordenadores y las nuevas técnicas de administración de equipos para reducir costes.

En 1996 se lanzó la *Mars Global Surveyor*, y entró en órbita en 1997, convirtiéndose en la primera misión que alcanzó su objetivo en 20 años. Sus datos ayudaron a la NASA a decidir dónde aterrizar rovers en 2004. El MGS también tomó fotografías de interés público, incluida la reconstrucción de imágenes del famoso "rostro en Marte".

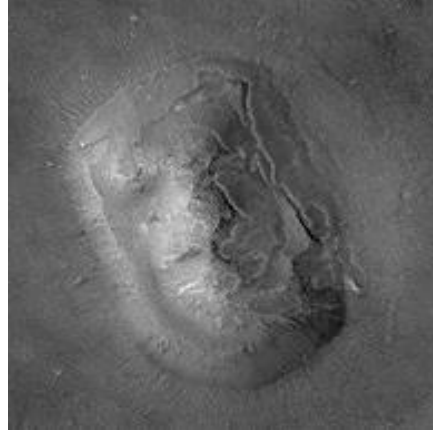


Figura 2.5: Foto del "rostro en Marte" tomada por el MSG (crédito: NASA)

En el mismo año, el programa FBC lanzó su primera misión, la cual fue un éxito. En Julio de 1997 el *Mars Pathfinder* aterrizó sobre Marte, compuesto por un módulo de aterrizaje y un rover llamado *Sojourner*. Este módulo fue el primero en utilizar un conjunto de airbags para amortiguar la caída durante el aterrizaje. El rover *Sojourner* recorrió la superficie del planeta rojo durante semanas analizando las rocas de la superficie. En septiembre de 1997 se perdió el contacto con el *Mars Pathfinder* [8].

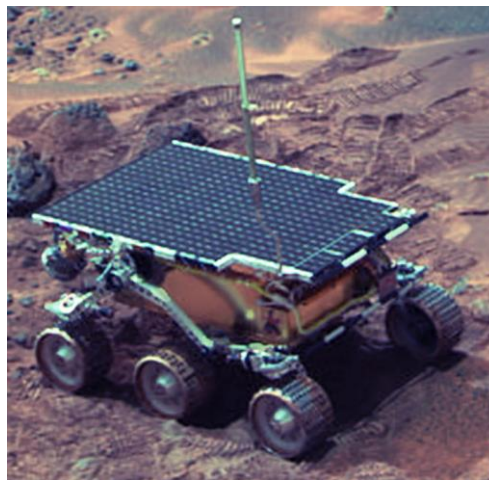


Figura 2.6: El rover Sojourner en la superficie de Marte (crédito: NASA)

Las siguientes dos misiones al Planeta Rojo nunca llegaron a su superficie. La sonda orbital estadounidense *Mars Climate Orbiter* se extravió a su llegada a Marte en 1999, y lo mismo les ocurrió a las sondas *Mars Polar Lander/Deep Space 2* en 1999.

2.1.3 Exploración de Marte en la actualidad

El descubrimiento de pruebas que sugerían la presencia de agua en el pasado del planeta reactivó el interés por la exploración de Marte. En 2001, la *Mars Odyssey* de EEUU entró en órbita con experimentos científicos diseñados para hacer observaciones globales de Marte. La nave mapeó distribuciones globales de muchos elementos químicos del planeta y sirvió para retransmitir la mayor parte de los datos de los rovers *Spirit* y *Opportunity* [9].

El 2 de junio de 2003, la Agencia Espacial Europea (ESA) lanzó el *Mars Express*, junto con su módulo de aterrizaje *Beagle 2*. La nave completó su misión principal en noviembre de 2005 y actualmente se encuentra en una misión ampliada. El módulo de aterrizaje *Beagle 2* se perdió al llegar el 25 de diciembre de 2003 [10].

Los dos rovers de la NASA, *Spirit* and *Opportunity*, fueron lanzados hacia Marte en 2004. Los dos proporcionaron una gran cantidad de pruebas que evidenciaban la existencia de agua en Marte en el pasado. *Spirit* murió en una duna del Planeta Rojo en marzo del 2010. Sin embargo, *Opportunity* sigue activo en el planeta.

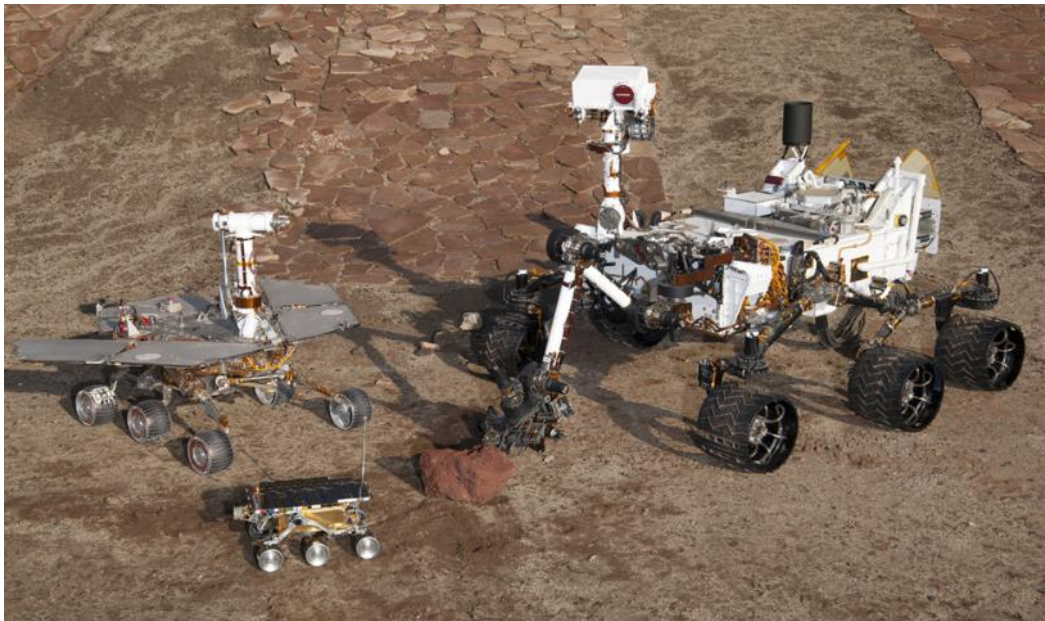


Figura 2.7: Modelos de los rovers Opportunity, Spirit, Sojourner y Curiosity, colocados de izquierda a derecha (crédito: NASA)

Otra sonda de la NASA, el *Mars Reconnaissance Orbiter*, fue lanzado el 12 de agosto del 2005 y empezó a orbitar alrededor del planeta el 12 de marzo del 2006. Durante su actividad, ha enviado más de 25.000 imágenes y 3.500 observaciones de su radar, más datos que todas las misiones anteriores combinadas.

El 26 de noviembre del 2011 la NASA lanzó *Curiosity*, una misión espacial que incluye un rover de exploración marciana. Sus hallazgos principales han sido encontrar áreas donde previamente hubo agua, detectar metano en la superficie y encontrar compuestos orgánicos [11]. Su diseño ha inspirado a otro rover, llamado temporalmente *Mars 2020*, que realizará investigaciones más avanzadas en un futuro.



Figura 2.8: Autorretrato del rover *Curiosity* (crédito: NASA)

MAVEN (*Mars Atmosphere and Volatile EvolutionN*) fue lanzado por la NASA en noviembre del 2013 y alcanzó la órbita de Marte el 21 de septiembre de 2014. Diseñada para estudiar la atmósfera marciana, uno de los objetivos de la misión era determinar cómo desaparecieron la atmósfera y el agua en Marte.

India fue el último país en alcanzar con éxito la órbita de Marte en 2014 con su sonda espacial MOM (*Mars Orbiter Mission*). Su principal objetivo fue dar a conocer los sistemas de lanzamiento de cohetes de la India y su capacidad de construcción de naves espaciales, además de estudiar la morfología y superficie de Marte [12].

Por su parte, la ESA planea volver a Marte con dos misiones antes de que acabe la década. La misión espacial *ExoMars*, proyecto en conjunto de la ESA y la NASA, lanzó en marzo de 2016 el *ExoMars Trace Gas Orbiter* y un módulo de aterrizaje llamado *Schiaparelli EDM*. El orbitador fue colocado exitosamente en órbita de Marte el 19 de octubre de 2016. Poco después, la NASA publicó una imagen mostrando lo que parece ser el lugar donde finalmente se estrelló el módulo de aterrizaje [13]. En 2020, un módulo de aterrizaje de la NASA llevará hasta la superficie marciana el *ExoMars Rover*.

2.1.4 Condiciones y características de Marte

En este punto se expondrán las características principales del Planeta Rojo. Llamado así por la apariencia rojiza que le confiere óxido de hierro presente en su superficie, Marte presenta características morfológicas tanto de la Tierra como de la Luna: cráteres de impacto, campos de lava, volcanes, cauces secos de ríos y dunas de arena. Marte alberga el Monte Olimpo, el volcán más grande y la segunda montaña más alta conocida en el sistema solar, y los Valles Marineris, uno de los mayores cañones del sistema solar.

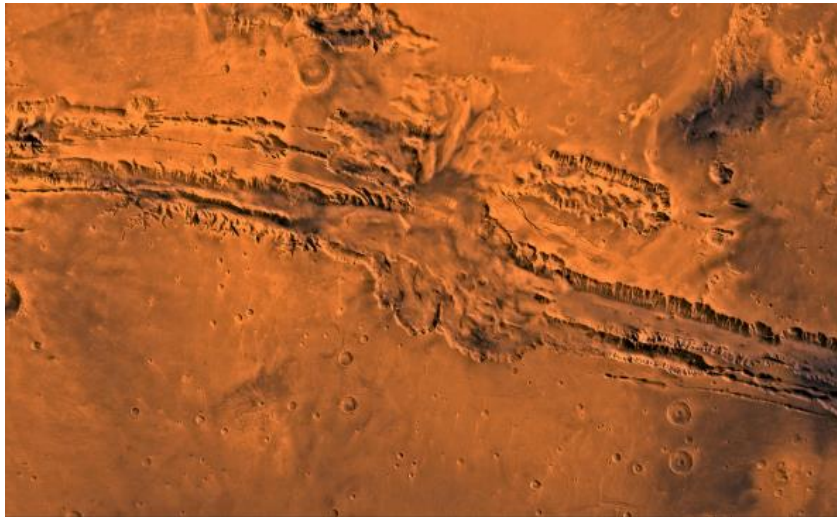


Figura 2.9: Valles Marineris (crédito: NASA)

La siguiente tabla muestra los datos básicos de Marte en comparación con los de la Tierra:

Tabla 2.1: Datos básicos de la Tierra y de Marte [14]

Datos básicos	Marte	Tierra
Radio ecuatorial [km]	3397	6371
Masa [kg]	$6,4185 \times 10^{23}$	$5,972 \times 10^{24}$
Volumen [m ³]	$1,0832 \times 10^{12}$	$1,6818 \times 10^{11}$
Distancia media al Sol [km]	22.940.000	149.600.000
Duración de un día [horas]	24,62	23,93 horas
Duración de un año [días]	686,971	365,25
Temperatura media superficial [°C]	-60	1
Gravedad superficial [m/s ²]	3,71	9,81

Al igual que la Tierra, Marte tiene en su centro un núcleo metálico denso, recubierto principalmente por un manto de silicato donde se formaron muchas de las características tectónicas del planeta. Ahora mismo se encuentra en estado latente.

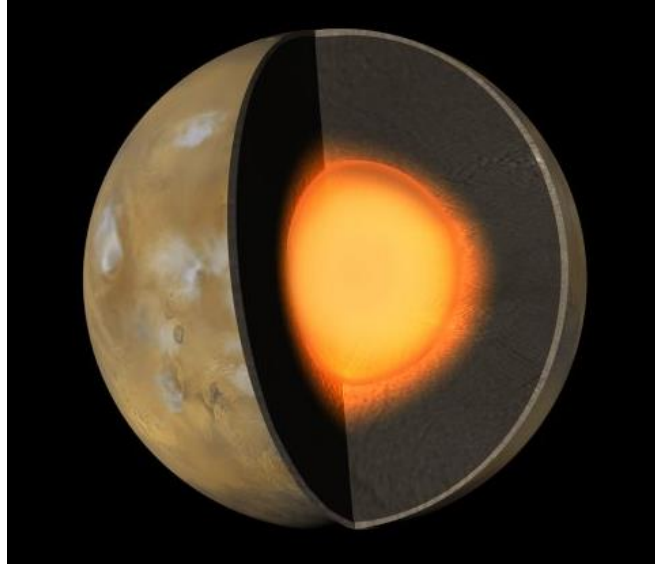


Figura 2.10: Representación del núcleo de Marte (crédito: NASA)

Marte tiene dos placas polares de agua en estado sólido permanentemente. Durante el invierno de un polo este se encuentra en oscuridad perpetua y la superficie se enfría causando que parte del CO_2 atmosférico pase al estado sólido en forma de Hielo seco. Cuando vuelve a estar expuesto a la luz solar el CO_2 sublima generando nubes de vapor y polvo. [15]. El agua en estado líquido no puede existir en la superficie de Marte debido a su baja presión atmosférica, unas 100 veces menor que en la Tierra.

Marte tiene una atmósfera muy delgada, compuesta principalmente por dióxido de carbono, nitrógeno y argón. Contiene sólo un 0,03% de agua, mil veces menos que en la Tierra. Su contenido de ozono es 1000 veces menor que en la Tierra, por lo que es incapaz de bloquear la radiación ultravioleta.

Al tener una atmósfera tan tenue, los climas son más fríos, ya que ésta no es capaz de retener calor: de ahí que la diferencia de temperaturas entre el día y la noche sean más pronunciadas que en la Tierra. Esta diferencia de temperatura, junto a la alta densidad de la atmósfera, provoca que se formen tormentas de polvo, que persisten semanas e incluso meses, causadas por vientos de más de 150 km/h, y pueden alcanzar dimensiones planetarias.



Figura 2.11: Cambio de aspecto de la superficie de Marte con las tormentas de polvo (crédito: NASA)

2.2 ESTRUCTURAS NEUMÁTICAS

Las estructuras neumáticas han sido siempre de gran interés científico y tecnológico para arquitectos e ingenieros. El ser humano durante su historia ha utilizado este tipo de estructuras para gran variedad de usos: los neumáticos de un automóvil, la campana de un paracaídas o el globo aerostático. Su investigación y desarrollo ha permitido la construcción de edificaciones neumáticas aplicadas a una gran variedad de campos, entre ellos el militar y el espacial.

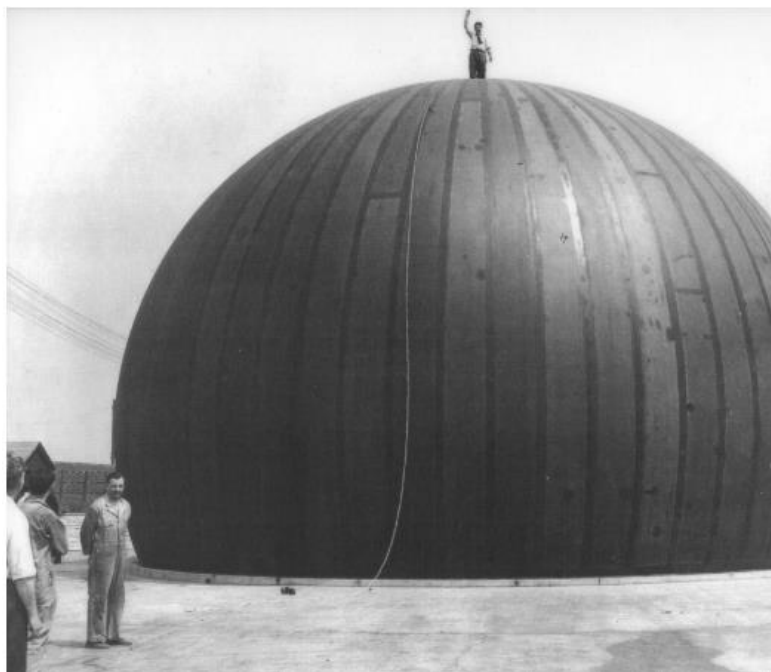


Figura 2.12: Prototipo de cúpula radar de Walter Bird (crédito: BirdAir)

2.2.1 Definición de una estructura neumática

Son estructuras neumáticas aquellas conformadas por membranas flexibles pretensadas por la presión sometida por el aire a presión, que desarrollan esfuerzos de tracción frente a la acción de cargas exteriores e interiores, constituyendo una estructura muy ligera, flexible y de forma cupular. Estas estructuras alcanzan su equilibrio mediante tracción pura, pudiendo llegar a alcanzar alturas de 100 metros sin apoyos intermedios. [16]

Las membranas que conforman la estructura se definen como una piel de material delgada que se caracteriza por una relación espesor/longitud muy baja. Esta característica hace que la membrana tenga muy poca rigidez y gran flexibilidad, necesitando una fuerza de pretensión que la traccione al ser incapaz de sostenerse por sí misma [17].

2.2.2 Tipos de estructuras neumáticas

La presión diferencial existente entre el medio interno y el externo permite la clasificación de estas estructuras en sistemas cerrados o abiertos, pudiendo estar cerradas o abiertas, y a su vez, compuestas por una membrana simple o una doble inflada por aire [18]:

- **Estructuras soportadas por aire:** Estructuras formadas por una única membrana tensada por una pequeña presión interna diferencial, la cual puede ser positiva o negativa. Dependiendo del signo de esa presión diferencial, la estructura adoptar formas cóncavas o convexas. Pueden ser abiertas o cerradas.

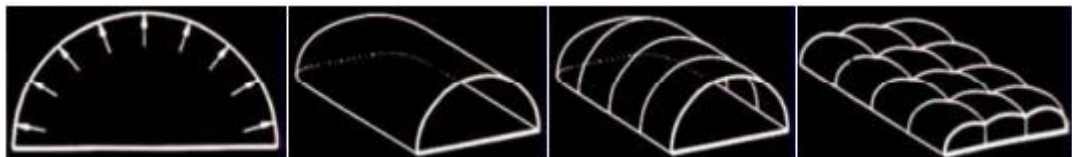


Figura 2.13: Ejemplos de estructuras soportadas por aire [18].

- **Estructuras con aire a presión:** Estructuras formadas por elementos tipo tubo sometidos a gran presión, que forman pilares, vigas, pórticos encerrando aire en un espacio aislado entre dos membranas, formando distintos tipos estructurales.



Figura 2.14: Ejemplos de estructuras con aire a presión [18].

- **Estructura combinada:** Combinación de las dos estructuras anteriores, o bien combinando sistemas neumáticos con alguna estructura rígida de soporte.

2.2.3 Historia de las estructuras neumáticas

La primera pretensión de aplicar los principios de la construcción soportada por aire no llegó hasta 1917. El ingeniero inglés Frederick William Lanchester publicó ese año su patente para un hospital de campaña. Con ella, demostró el alcance de los edificios soportados por aire para cubrir grandes extensiones. En EEUU empezó a desarrollarse en 1946, de la mano de Walter Bird, que elaboró un prototipo de cúpula de radar [19].

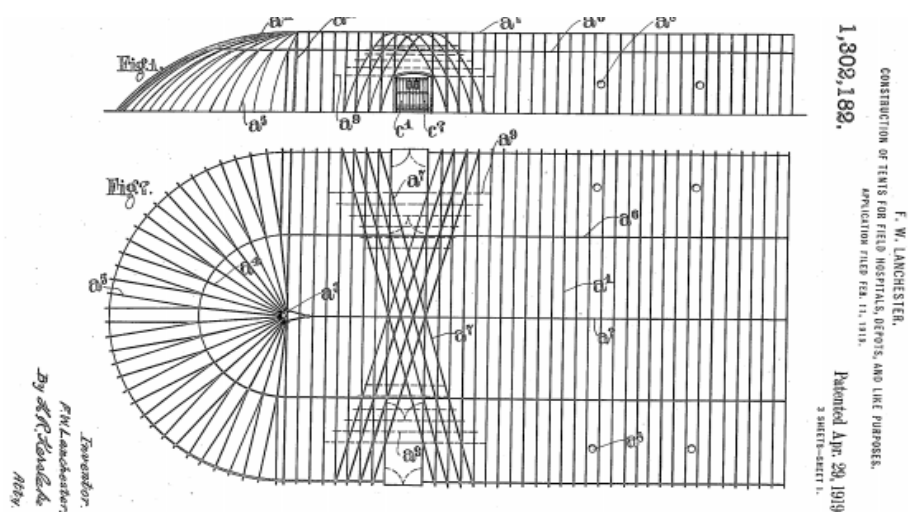


Figura 2.15: Patente de Frederick William Lanchester [20].

En 1962 Frei Otto publicó *Estructuras de tracción*, el cual contenía un largo capítulo sobre las estructuras neumáticas. Las iniciativas de Frei Otto, dadas a través de detalladas descripciones acerca de los niveles de desarrollo alcanzados hasta el momento, fueron tomadas por muchos investigadores a partir de los últimos años de la década de 1960. [21]

El desarrollo de este tipo de estructuras dio paso al primer Coloquio Internacional de Estructuras Neumáticas, que tuvo lugar en Stuttgart en 1967. A partir de entonces, se realizaron una serie de encuentros internacionales donde se presentaron ideas innovadoras aplicadas a la arquitectura y a la ingeniería civil, como alternativas interesantes en cimbras, puentes, represas y edificaciones [22]. Posteriormente, el pabellón de EEUU de la Exposición de Osaka de 1970 junto otras estructuras neumáticas significaron la confirmación de sus posibilidades formales y a gran escala. Hoy en día, la cubierta neumática del Estadio de Pontiac, construido en 1975, con capacidad para 80638 asientos, es de las mayores estructuras de este tipo.



Figura 2.16: Pabellón de Estados Unidos en la Expo de Osaka [18].

Las primeras estructuras neumáticas erigidas en España fueron el Elipsoide en la ETSAM de Madrid en 1969 y la Ciudad Instantánea de Ibiza de 1971 de José Miguel de Prada. [19]

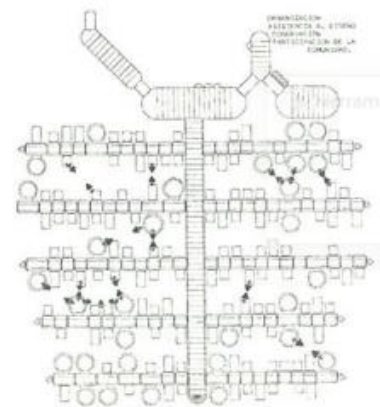


Figura 2.17: Ciudad instantánea de Ibiza de José Miguel de Prada [18]

2.2.4 Estructuras neumáticas en el espacio

La idea de utilizar estructuras neumáticas en el espacio puede sonar futurista, pero las primeras tentativas del uso de su tecnología se remontan incluso antes del nacimiento de la NASA. La primera referencia data del año 1945, cuando Wernher von Braun, que se convirtió más tarde en diseñador de cohetes para la NASA, publicó su estudio para la creación de una estación espacial estadounidense tripulada. En uno de sus diseños, proponía una estación en forma de toroide compuesta de secciones inflables hechas de caucho reforzado [23].

A finales de los años 50, la NASA ya tenía un programa de investigación tecnológica para el desarrollo de las comunicaciones mediante satélites. Uno de sus primeros proyectos, el Echo, consistía en un satélite pasivo en forma de balón (denominado en inglés "satelloon") que reflejaría ondas de radio de vuelta al suelo. Este satélite estaba compuesto de poliéster aluminizado y recubierto de una película de tereftalato de polietileno (PET) conocido como *Mylar*, y se inflaría una vez puesto en órbita [24].



Figura 2.18: Satélite pasivo Echo (crédito: NASA)

Con el legado de los satélites inflables, la NASA puso a examinar la viabilidad de varias configuraciones de estaciones espaciales en 1960, entre ellas la de una estación espacial auto-desplegable. El concepto tuvo gran aceptación entre los ingenieros de la agencia, ya que su desarrollo significaba el uso de una carga ligera, lo que abarataba los costes de la misión.

El primer diseño de una estación inflable llegó de la mano de la NASA y *Goodyear*, que desarrollaron el *Erectable Torus Manned Space Laboratory*, un toroide inflable de 7 metros de diámetro, que giraba 6 veces por minuto para crear una gravedad artificial estable [25]. Fue descartado más tarde por la posibilidad de que el material flexible no fuera lo suficientemente fuerte y que la acción del movimiento de los astronautas o el impacto de micro meteoritos pudiera provocar la rotura de la pared de la estación.



Figura 2.19: Prototipo del Erectable Torus Manned Space Laboratory (crédito: NASA)

Los fondos para la investigación de este tipo de estaciones disminuyeron considerablemente, ya que en esa época la mayoría de los fondos fueron destinados a las misiones de *Apollo* y *Mercury*. Sin embargo, las investigaciones no cesaron, y la tecnología inflable se utilizó para otro tipo de aplicaciones, como las bolsas de aire inflables usadas en el módulo de mando de la nave espacial *Apollo* para asegurar una posición vertical al aterrizar en el agua [26].

Durante las décadas de los 70 y 80, la idea de los módulos inflables fue dejada de lado por la NASA, y durante esos años la tecnología prácticamente no se desarrolló. El concepto revivió brevemente a finales de la década de los 80, cuando la NASA empezó a diseñar misiones para volver a la Luna. En 1989, uno de los conceptos que propuso la NASA para la exploración espacial fue la construcción de un hábitat inflable para una base lunar. Durante los años 90, se evaluaron varios conceptos para la construcción de un módulo lunar inflable para apoyar la instalación de un hábitat permanente. [27]

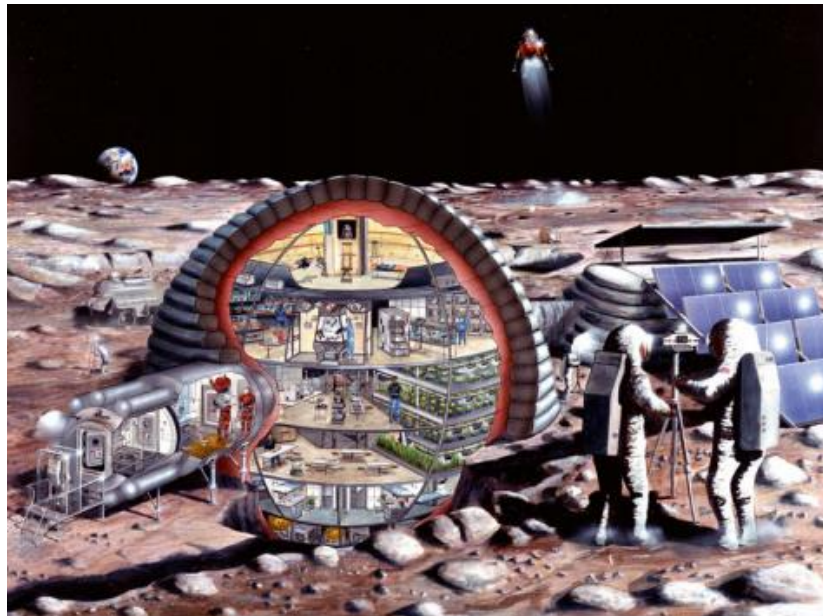


Figura 2.20: Concepto de un hábitat lunar inflable (crédito: NASA)

En 1997, la NASA consiguió encontrar la solución para la mejora de la protección contra los impactos de los micro meteoritos, utilizando una combinación de espuma y Nextel®. Con ello, nació en concepto de *TransHab*, para el desarrollo de hábitats inflables en el espacio. A pesar de que la tecnología del *TransHab* era pionera y representaba un puente hacia el desarrollo de la exploración espacial, al revelarse el presupuesto del programa, que superaba el presupuesto límite, la NASA canceló el programa en el año 2000 [28].



Figura 2.21: Vista interior del TransHab (crédito: NASA)

Desde entonces, la compañía privada *Bigelow Aerospace* compró los derechos de las patentes desarrolladas por la NASA y empezó a desarrollar esta tecnología. En el año 2006, la compañía lanzó el *Génesis I*, siendo este el primer módulo inflable puesto en órbita por *Bigelow Aerospace*. Un año más tarde, lanzó el *Génesis II* [29]. Ambos módulos fueron basados en el diseño y la tecnología del *TransHab*.

En el año 2012, la NASA galardonó a *Bigelow Aerospace* con un contrato de 17,8 millones de dólares para construir BEAM (*Bigelow Expandable Activity Module*), un módulo experimental ampliable para su uso como un módulo provisional en la ISS [30]. En abril del año 2016, el BEAM fue lanzado a bordo de la *Dragon CRS-8* de *SpaceX*, se instaló en el puerto trasero del módulo *Tranquility* de la ISS. Los astronautas no harán vida en él, entrarán para tomar mediciones y cambiar sensores para comprobar si es posible utilizarlo como parte del espacio habitable de la estación [31]. En el año 2017 *Bigelow Aerospace* anunció su intención de lanzar el módulo B330 en 2020. Este módulo tendrá un volumen de 330 m³, y, si la NASA lo aprueba, estaría acoplado en la Estación Espacial Internacional, convirtiéndose en el módulo más grande de la estación. En caso contrario, se dejarán flotando libremente. En un futuro, la compañía querrá juntar múltiples módulos para crear un complejo más grande [32].



Figura 2.22: Módulo B330 acoplado a la ISS (crédito: Bigelow Aerospace)

Pero no solo *Bigelow Aerospace* y la NASA se interesan por este tipo de módulos. La empresa rusa RKK Energía está preparando un módulo inflable para el segmento ruso de la estación. Este módulo sería uno de los elementos que formaría la futura estación espacial totalmente rusa que la FKA quiere tener disponible a partir de 2024 usando varios módulos del segmento ruso de la ISS (*Nauka*, *Prichal* y *NEM*) [33]. Los recortes presupuestarios de FKA han obligado a aplazar el desarrollo de este módulo hasta una fecha no determinada, pero el programa sigue adelante.

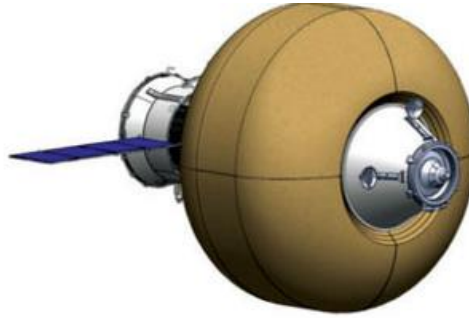


Figura 2.23: Modelización 3D del módulo inflable de RKK Energía (crédito: RKK Energía)

2.3 TEORÍA DE LÁMINAS

Se suele denominar lámina aquellos elementos superficiales que poseen un radio de curvatura al menos 10 veces mayor que el espesor de esta, y que salvan distancias entre apoyos también al menos 10 veces mayores que dicho espesor. En general, las láminas poseen 5 esfuerzos: tangenciales (N_{xy} y N_{yx}), cortantes (Q_x y Q_y), momentos flectores (M_x y M_y), momentos torsores (T_x y T_y) y axiles (N_x y N_y).

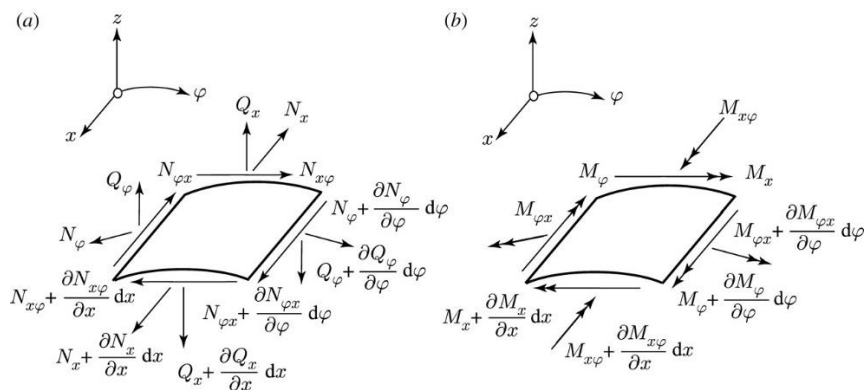


Figura 2.24: Esfuerzos de una lámina: a) fuerzas resultantes b) momentos resultantes [34]

Si la lámina es tan delgada que se pueda considerar despreciable respecto a sus dimensiones y su radio de curvatura, se le denomina membrana, y se considera que está desprovista de rigidez a torsión y a flexión, con lo que sólo posee esfuerzos en el plano tangente (N_x , N_y y $N_{xy}=N_{yx}$, que son iguales por equilibrio local de momentos en el plano tangente). Las membranas serán el objeto de nuestro estudio.

Las membranas, al estar desprovistas de momentos flectores y torsores y de esfuerzos cortantes, poseen tensiones uniformemente repartidas en el espesor de la membrana. Estos esfuerzos pueden ser determinados mediante las condiciones de equilibrio. Por tanto, el problema es estáticamente determinado si se conocen las fuerzas que actúan en la membrana. En el caso de láminas con flexiones, el problema es hiperestático, y el problema es mucho más complicado; sin embargo, en la resolución de este tipo de láminas pueden utilizarse con buena aproximación los resultados obtenidos para las membranas, teniendo en cuenta por separado las acciones en el contorno [35].

2.3.1 Membranas de revolución

Son las generadas por el giro de una línea cualquiera alrededor de un eje. Geométricamente se las puede dividir en círculos paralelos y meridianos. Si se supone el eje vertical, los meridianos pasan por él dividiendo la membrana en dos partes iguales; los círculos son paralelos al ecuador de la pieza. La posición del meridiano está definida por el ángulo θ , medido desde un plano meridiano de referencia; y la posición del círculo paralelo está definido por el ángulo ϕ , medido desde la normal de la superficie hasta el eje de rotación de la pieza. Cualquier punto de la membrana puede ser fácilmente determinado en coordenadas polares, mediante el radio vector, la longitud y la latitud. Un elemento superficial de la membrana poseerá los esfuerzos N_θ , N_ϕ y $N_{\theta\phi}$. Estos esfuerzos poseen unidades de fuerza dividida por unidad de longitud. Debido a la distribución uniforme de tensiones en el espesor de la membrana, bastaría dividir estos esfuerzos por el espesor de la membrana para obtener las correspondientes tensiones normales y tangenciales [35, 36].

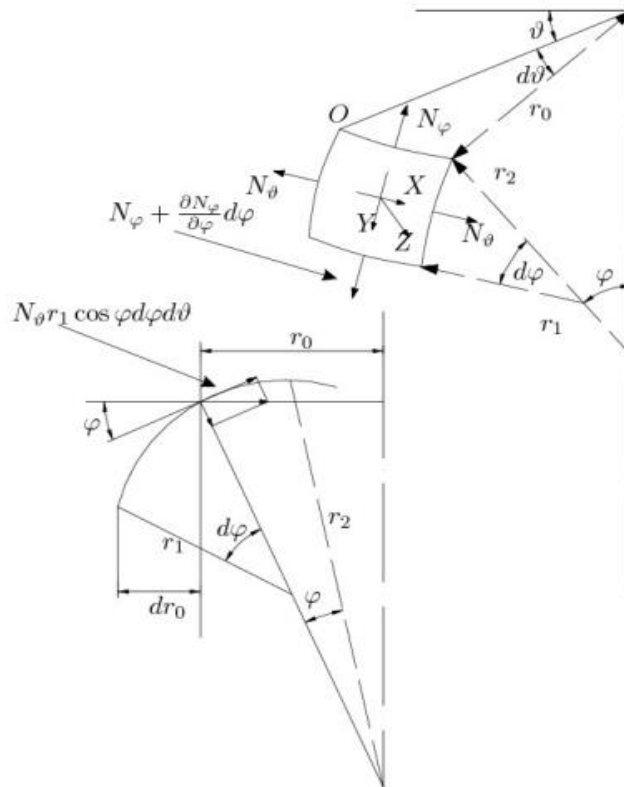


Figura 2.25: Geometría de una membrana de revolución [36]

2.3.2 Ecuaciones generales para membranas de revolución cargadas simétricamente respecto al eje de revolución

Para la obtención de las ecuaciones de equilibrio, se estudiarán los esfuerzos que presenta un elemento diferencial generado por el corte de dos meridianos adyacentes y dos círculos paralelos (Figura 2.24). El plano meridiano y el plano perpendicular al meridiano son los planos principales de curvatura en un punto de la superficie de revolución, y sus correspondientes radios de curvatura son r_1 y r_2 respectivamente. El radio del círculo paralelo se define como $r_0 = r_2 \sin \Phi$, siendo la longitud de los lados del elemento diferencial:

$$dL_\Phi = r_1 d\Phi \quad (1)$$

$$dL_\theta = r_0 d\theta = r_2 \sin \Phi d\theta \quad (2)$$

Por tanto, el área de la superficie del elemento será la multiplicación de las ecuaciones (1) y (2):

$$dS_{\Phi\theta} = r_1 r_2 \sin \Phi d\theta \quad (3)$$

Si la carga es simétrica respecto al eje de revolución, podemos deducir que no existirán tensiones tangenciales en los lados del elemento (para cortes según esas direcciones). Dicho elemento estará solicitado por una fuerza exterior, que actúa en el plano meridiano, que tiene una componente Y y Z paralelos a los ejes de coordenadas. Multiplicando esas componentes por el área $dS_{\Phi\theta}$, obtenemos las componentes de la carga externa que actúa en el elemento.

Para escribir las ecuaciones de equilibrio del elemento, comenzaremos con las fuerzas en la dirección de la tangente del meridiano. En la parte superior del elemento, actúa la siguiente fuerza:

$$N_\Phi r_0 d\theta = N_\Phi r_2 \sin \Phi d\theta \quad (4)$$

La fuerza correspondiente a la parte inferior del elemento es:

$$\left(N_\Phi + \frac{dN_\Phi}{d\Phi} d\Phi \right) \left(r_0 + \frac{dr_0}{d\Phi} d\Phi \right) d\theta \quad (5)$$

De las ecuaciones (4) y (5), y despreciando el infinitésimo de segundo orden, la resultante de la fuerza en dirección Y es igual a:

$$N_{\phi} \frac{dr}{d\phi} d\phi d\theta + \frac{dN_{\phi}}{d\phi} r_0 d\phi d\theta = \frac{d}{d\phi} (N_{\phi} r_0) d\phi d\theta \quad (f)$$

La componente de la carga externa en la misma dirección es igual a:

$$Y r_1 r_0 d\phi d\theta \quad (7)$$

Las fuerzas que actúan en los laterales del elemento son iguales a $N_{\theta} r_1 d\phi$ y tienen una resultante en la misma dirección que r igual a $N_{\theta} r_1 d\phi d\theta$. La componente de esta fuerza en la dirección Y es igual a:

$$-N_{\theta} r_1 \cos \phi d\phi d\theta \quad (8)$$

Sumando las ecuaciones (6), (7) y (8), obtenemos la ecuación de equilibrio en dirección a la tangente del meridiano:

$$\frac{d}{d\phi} (N_{\phi} r_0) - N_{\theta} r_1 \cos \phi + Y r_1 r_0 \quad (9)$$

La segunda ecuación de equilibrio se obtiene mediante la suma de las proyecciones de las fuerzas en dirección Z. Las fuerzas que actúan en lados superior e inferior del elemento tienen una resultante en dirección Z igual a:

$$N_{\phi} r_0 d\theta d\phi \quad (10)$$

Las fuerzas que actúan en los lados laterales del elemento y que tienen la resultante $N_{\theta} r_1 d\phi d\theta$ en la dirección radial del círculo paralelo, tienen una componente en dirección Z de magnitud igual a:

$$N_{\theta} r_1 \sin \Phi \, d\Phi \, d\theta \quad (11)$$

La carga externa que actúa en el elemento tiene un componente en la misma dirección igual a:

$$-Z r_1 \, r_0 \, d\Phi \, d\theta \quad (12)$$

Sumando las fuerzas (10), (11) y (12), obtenemos la segunda ecuación de equilibrio:

$$N_{\Phi} \, r_0 + N_{\theta} r_1 \sin \Phi - Z r_1 \, r_0 = 0 \quad (13)$$

De las ecuaciones (9) y (13) podemos obtener las fuerzas N_{θ} y N_{Φ} si se conocen los valores de r_0 y r_1 y las componentes Y y Z de la carga externa [35].

2.4 NORMATIVA UTILIZADA

Para la definición los parámetros de partida del análisis de la capa de contención del módulo marciano, se ha utilizado diversas normativas y documentos oficiales.

Para la definición del coeficiente de seguridad usado en el cálculo de las tensiones de membrana, se ha utilizado la normativa SSP-30559: *Structural Design and Verification Requirements* [37] de la oficina de la ISS, y la normativa FAA-P-8110-2: *Airship Design Criteria* de la FAA [38].

Para la seleccionar los materiales usados en el análisis estructural del módulo, se han utilizado la normativa NASA/TP-199-209263: *Multilayer Insulation Material Guidelines* [39] y el documento NASA/CR-2010-216682: *Intelligent Flexible Materials for Space Applications* [40].

La determinación del volumen interior del módulo se ha realizado gracias a las pautas del documento NASA/ JSC-CN-32284: *Minimum Acceptable Net Habitable Volume for Long-Duration Exploration Missions*. [41]

Por último, con la finalidad de elegir geometrías adecuadas para el módulo hinchable, se ha utilizado el documento *Design and Performance Criteria for Inflatable Structures in Space* [42] de la 5ª Conferencia Internacional de Estructuras Espaciales.

3. DISEÑO DEL MÓDULO

El presente proyecto se basa en el diseño y análisis de un módulo habitable hinchable para su uso como módulo de investigación en el planeta Marte. Para ello, se resolverán las ecuaciones de la teoría de láminas para hallar las tensiones máximas que sufrirá el módulo una vez inflado. De esa forma, se podrá definir sus dimensiones finales.

3.1 Tipo de estructura

Su estructura se ha definido como hinchable por las siguientes razones. En primer lugar, las condiciones del entorno hacen que su construcción deba ser lo más rápida posible. Al tratarse de un planeta donde la composición del aire es tan distinta, cualquier acción humana fuera de la astronave ha de estar apoyada por un suministro continuo de oxígeno. El aumento del tiempo en completar la acción se traducirá en un gasto mayor de recursos.

En segundo lugar, interesa que la construcción del módulo sea lo más automática posible. No solo por el hecho de que el número de astronautas asignados a la misión sea limitado, sino también la maquinaria de construcción. El espacio de la astronave es muy limitado.

Por último, el gasto de la misión se reduce considerablemente. Uno de los factores más limitantes en este tipo de misiones, en los que el viaje es especialmente largo, es el peso de la carga de la astronave. Lo que se consigue con las estructuras hinchables es que, con un peso parecido de material, se puede obtener mucho más volumen. Con lo cual, si se consigue llevar al Planeta Rojo un módulo del mismo tamaño cuyo peso del material sea menos, se abaratarán los costes de la misión considerablemente. [43]

3.2 Objeto de estudio: capa de contención

Para el estudio de la composición de la pared del módulo, este proyecto se ha basado en los materiales utilizados para el diseño del módulo hinchable *TransHab*. Su pared está compuesta de materiales de alta resistencia, apilados en una configuración estratificada teniendo en cuenta las solicitaciones térmicas y estructurales que sufrirá el módulo.

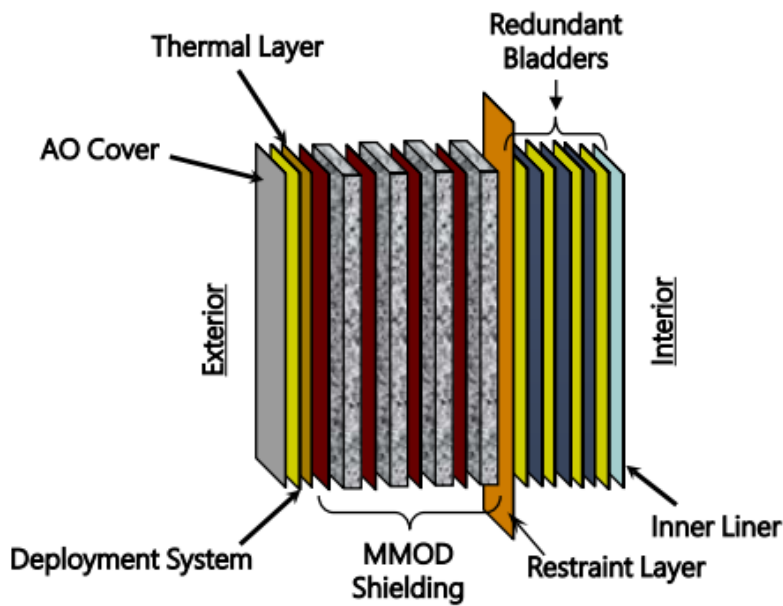


Figura 3.1: Composición de la pared del TransHab (crédito: NASA)

Como se puede observar en la figura 3.1, la pared está compuesta principalmente por varias capas de aislamiento de manta térmica (*Thermal Layer*), capas de protección contra meteoritos y desechos orbitales (*MMOD Shielding*), una capa de contención optimizada (*Restraint layer*) y varias capas de retención de aire (*Redundant Bladder*). [44]

Las ecuaciones de la teoría de láminas serán aplicadas en la penúltima capa mencionada, la capa de contención. Además de ser la capa encargada de soportar la carga producida por la presión estructural y la presión interna, proporciona la forma y rigidez del módulo, por lo que el estudio y análisis de sus características estructurales determinarán su geometría final.

En el cálculo de las tensiones, se aplicará un coeficiente de seguridad. Los recipientes de presión de la ISS están diseñados con un factor de seguridad igual a 2.0, como se especifica en el documento de diseño y verificación de la estación [37]. Sin embargo, debido a las tolerancias de fabricación, la distribución de cargas y la incertidumbre en el comportamiento de tejidos sometidos a cargas, la Administración Federal de Aviación de EEUU (FAA) requiere un factor de seguridad de 4.0 para toda aeronave inflable [38], por lo que se usará ese factor de seguridad.

3.3 Materiales

Los materiales utilizados para las capas de contención de las estructuras inflables deben cumplir múltiples requisitos: poco peso, flexibilidad, durabilidad y resistencia a influencias ambientales entre otros [45]. Por otro lado, debido al factor de seguridad requerido, la resistencia del material ha de ser extremadamente alta [46]. Se han evaluado dos materiales basados en la pauta de selección de materiales para multicapa de aislamiento de la NASA [39,40].

3.3.1 Kevlar®

El Kevlar® es una poliamida sintetizada por primera vez en 1965 por la química polaco-estadounidense Stephanie Kwolek, que en esa época trabajaba para DuPont™. Se caracteriza por ser muy fuerte, ligero y durable, teniendo una resistencia a la tracción ocho veces mayor que la del acero. [47]

El Kevlar® es un material ampliamente utilizado para el diseño y la fabricación de los escudos que protegen a los módulos espaciales de la ISS de la amenaza que representan los meteoritos y los desechos espaciales que contaminan cada vez más las órbitas de la Tierra. El Kevlar® también ha sido seleccionado para un uso extensivo en la fabricación de estructuras flexibles innovadoras en desarrollo para futuras misiones de exploración tripulada. Paralelamente a las pruebas de impacto de hiper-velocidad, para cuantificar sus capacidades para reducir la letalidad de los desechos espaciales, se realizó una cantidad significativa de análisis, pruebas y simulaciones para comprender y caracterizar el comportamiento de Kevlar en las condiciones del espacio. Más recientemente, con el objetivo de desarrollar estructuras protectoras multifuncionales, se han investigado las capacidades de Kevlar para proteger a las tripulaciones humanas de la poderosa combinación de partículas altamente energéticas cargadas previstas durante las misiones de larga duración [48].

3.3.2 Vectran®

Producido por primera vez en 1990, el Vectran® es la primera fibra comercial fabricada a partir de cristales poliméricos líquidos a través de un proceso de derretimiento y extrusión por empresa Kuraray™ [49].

El Vectran® exhibe excelentes propiedades a la hora de someterlo a tracción. Ofrece una gran resistencia a la abrasión y poca degradación al ser expuesto por rayos UV. Además, presenta buena tenacidad y gran resistencia a la fatiga. El material, al ser sometido a test de desgasificación al vacío¹, muestra un buen comportamiento dentro de los parámetros para la mayoría de las aplicaciones en vuelos espaciales. [50]

¹ Muchos materiales modifican su masa y/o propiedades al ser sometidos a vacío, debido a que los gases absorbidos en capas exteriores son liberados.

3.4 Volumen del módulo

Para definir el volumen del módulo, se ha llevado a cabo una búsqueda de documentos científicos relacionado con el cálculo del volumen mínimo necesario por tripulante en viajes espaciales. En febrero de 2007, la NASA publicó un informe sobre las implicaciones y posibles soluciones al incorporar la gravedad artificial en el diseño de vehículos de exploración espacial. En él se establece una primera aproximación, donde se implica un volumen mínimo necesario por tripulante de 17 m³. Una parte estaría destinada al espacio individual de cada tripulante, y el resto sería la contribución al área común del módulo [51].

Sin embargo, en abril de 2015, el mínimo volumen habitable neto (NHV) fue definido en una sesión de consenso de la NASA. La sesión incluyó un panel de 5 expertos externos con antecedentes relevantes en psicología, ergonomía industrial y arquitectura [41]. Definieron el mínimo NHV como el mínimo volumen requerido del hábitat para asegurar el éxito en misiones espaciales de exploración con periodos prolongados de confinamiento y aislamiento en ambiente hostil. Esta definición reconoce que, en teoría, serían posibles volúmenes más pequeños; sin embargo, estos serían inaceptables desde el punto de vista humano y de salud, con probabilidad de consecuencias negativas para el bienestar psicosocial y el rendimiento de la tripulación y, por lo tanto, el éxito de la misión.

El valor del mínimo NHV depende de un gran número de parámetros, entre los que se incluyen el tamaño de la tripulación, la duración de la misión y las características de las tareas a realizar. Para calcularlo, se definieron los parámetros básicos de la misión basados en el documento *Exploración humana de Marte* de la NASA [52]:

Tabla 3.1: Parámetros de la misión [52]

Duración total de la misión	30 meses
Número de tripulantes	6
Composición de la tripulación	Piloto, Médico, Geólogo, Biólogo, Ingeniero, Ingeniero eléctrico
Ritmo de la misión	Periodos largos con ritmo de misión bajos, intercalados con tiempos de actividad alta
Retraso en la comunicación	12 minutos por trayecto

Basado en las características y parámetros de la misión definida anteriormente, el grupo de expertos y los representantes de la NASA recomendaron un mínimo NHV de 25 m³.

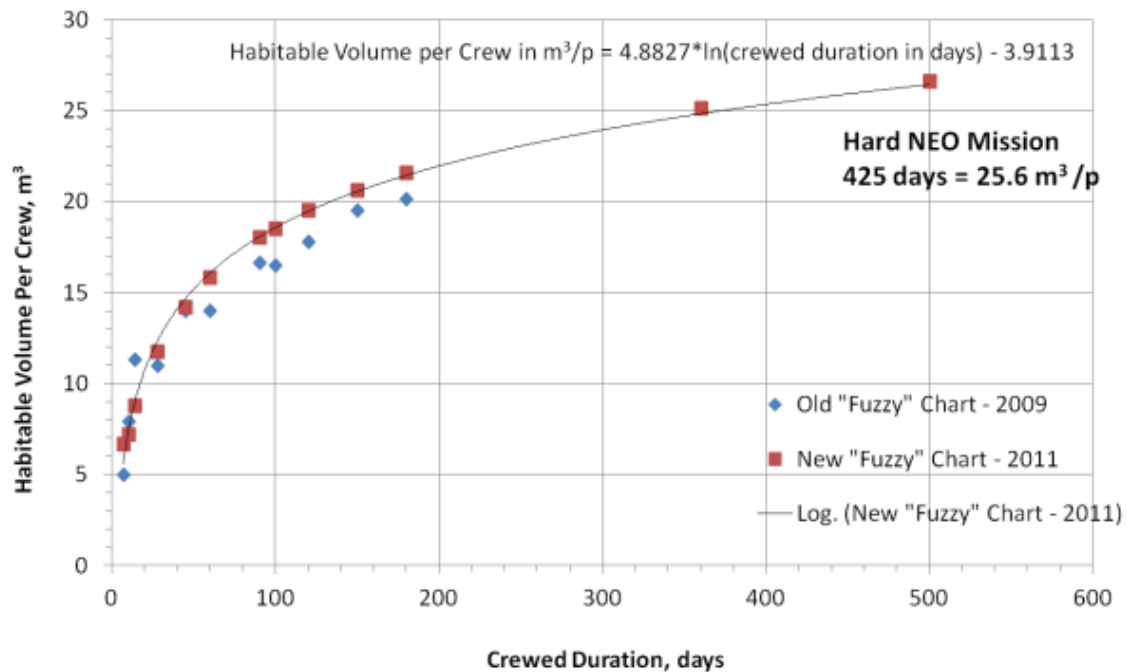


Figura 3.2: Curva del volumen habitable medio (crédito: NASA)

Una vez obtenido el mínimo volumen habitable por miembro de la misión, se contrastará con misiones pasadas.

Tabla 3.2: Resumen de los volúmenes habitables de misiones pasadas de larga duración [41]

Nombre de la Misión	Volumen habitable total (m^3 /persona)	Máxima duración de la misión (días)
Skylab	120,33	84
ISS	85,17	196
Salyut	33,50	237
Mir	45	438
Propuesta NASA	25	912

Como se puede observar en la tabla 3.3, el volumen habitable total de las misiones pasadas es significativamente mayor que el propuesto por la NASA, llegando a ser incluso 6 veces más grande en el caso de la segunda. De estas misiones, las únicas áreas potenciales donde se podrían reducir el espacio serían en los cuartos individuales de los miembros de la tripulación, comedor, salas comunes y el área de trabajo. Sin embargo, precisamente la preservación del volumen de estas áreas en hábitats de apoyo para misiones de larga duración será clave para mitigar el desgaste de los miembros durante la misión. Por tanto, es preferible que el volumen sea mayor al propuesto por la NASA.

Se calculará el volumen habitable por persona del módulo B330 de *Bigelow Aerospace* por la similitud con el módulo de este proyecto en cuanto a características estructurales y materiales. Como su propio nombre indica, el módulo de la empresa americana tendrá un volumen interior de 330 m³ y albergará 6 astronautas. Por tanto, el módulo B330 permite 55 m³ por miembro de la tripulación, el doble del mínimo NHV.

Partiendo del postulado anunciado en el párrafo anterior, el volumen habitable del módulo estudiado en este proyecto será mayor que el del módulo B330, ya que la naturaleza de la misión de *Bigelow Aerospace* es muy distinta a la misión para la que está pensado el uso del módulo de este trabajo². Con lo cual se considerará el volumen habitable por tripulante del módulo hinchable de 90 m³. Este módulo solo albergará tres tripulantes, por lo que el volumen final del módulo será de aproximadamente 270 m³.

3.5 Geometría de la estructura

Al estudiar las formas básicas de las estructuras inflables diseñados para su uso en el espacio, podemos observar que una de las características en común entre ellas es que su presión interna es mucho más grande que cualquier otra carga a la que están sometidas. Por tanto, las geometrías más interesantes son aquellas compatibles con una presurización interna.

Una de las principales geometrías dentro del pequeño abanico de formas usadas en estructuras hinchables es la de la esfera. Y no es coincidencia que esa forma se repita frecuentemente en la naturaleza (por ejemplo, una burbuja). La esfera tiene simetría completa y mayor ratio de volumen interior con respecto a su área que cualquier otro tipo de forma. Todos los volúmenes presurizados tienden a ser esféricos. Si consideramos la presurización de un cubo de pared fina, las paredes se curvarían hacia el exterior, tendiendo a adquirir una forma esférica.

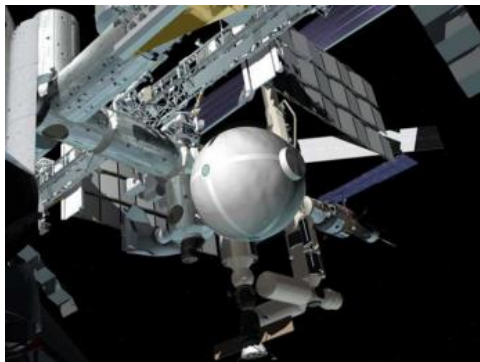


Figura 3.3: Fotomontaje de un módulo esférico inflable acoplado a la ISS (crédito: A. Vogler)

² El módulo B330 es un módulo de experimentación que estará acoplado a la ISS orbitando en planeta Tierra, mientras que el módulo propuesto será de investigación y estará instalado en la superficie de Marte.

Otra geometría básica vista en la naturaleza es el cilindro con simetría axial. Cualquier forma tubular que esté presurizada tiende a deformarse hacia una geometría cilíndrica. Otras geometrías que sufren pequeñas deformaciones al ser infladas incluyen las que tienen sección circular, como el toroide y el cono, o también piezas de revolución, como un huevo o un elipsoide.



Figura 3.4: Mars Desing Reference Mission (crédito: NASA)

Por otro lado, las formas inflables más eficientes son aquellas que están doblemente curvadas con ambas curvaturas principales en la misma dirección. Esas geometrías, como las de la esfera o la del elipsoide, tiene una curvatura gaussiana positiva. Las geometrías con curvatura gaussiana negativa como los paraboloides hiperbólicos (silla de montar) soportan cargas transversales por la combinación de la acción del arco en una dirección y tensión membranal en la otra. Esta combinación hace que la estructura, en caso de que sea membranal, sea inconsistente, a no ser que se pretense la estructura en la dirección afectada por la acción del arco. Las membranas planas en una dirección (curvatura gaussiana nula), como los cilindros, solo pueden soportar cargas transversales en una dirección, por lo que son menos eficientes que las formas esféricas [42].

Por tanto, para el estudio de la capa de contención de módulo marciano se usarán dos geometrías: la esférica y la elipsoidal. Dado que la excavación en la superficie de Marte supondría un gasto enorme de recursos, se requerirá un módulo con suelo plano, por lo que se considerarán como posibles formas finales la de una semiesfera y la de un semiesferoide oblato³.

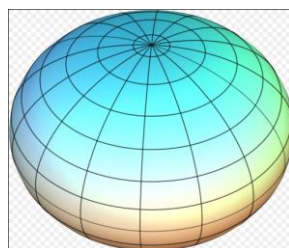


Figura 3.5: Esferoide oblato [53]

³ Un esferoide es elipsoide de revolución, que se obtiene al girar una elipse alrededor de uno de sus ejes principales. Si es de tipo oblato, sus ejes polares son más pequeños que el diámetro de su círculo ecuatorial, obteniendo una forma parecida a una esfera achatada.

3.6 Método de cálculo

En este apartado se explicarán los métodos y operaciones para calcular las dimensiones finales de la capa de contención del módulo marciano.

En primer lugar, se hallarán las dimensiones geométricas de los dos tipos de módulos que se analizarán, el módulo semiesférico y el módulo semiesferoidal. Para ello, se partirá del volumen definido en el apartado 4 del este capítulo. Las fórmulas para calcular el volumen de esas geometrías son las siguientes:

Tabla 3.3: Fórmulas para el cálculo del volumen [53]

Forma geométrica	Fórmula
Esfera	$V = \frac{4}{3} \pi r^3$
Esferoide	$V = \frac{4}{3} \pi a^2 b$

Partiendo de las ecuaciones (9) y (13) del apartado 2.3, se podrán obtener las ecuaciones de equilibrio de membrana, que usaremos para estudiar el estado tensional de la capa de contención:

$$\frac{d}{d\Phi} (N_{\Phi} r_0) - N_{\theta} r_1 \cos \Phi + Y r_1 r_0 \quad (9)$$

$$N_{\Phi} r_0 + N_{\theta} r_1 \sin \Phi - Z r_1 r_0 = 0 \quad (13)$$

En vez del equilibrio de fuerzas en el elemento diferencial de la membrana, podemos considerar el equilibrio de la porción de la membrana por encima del círculo paralelo definido por el ángulo Φ :

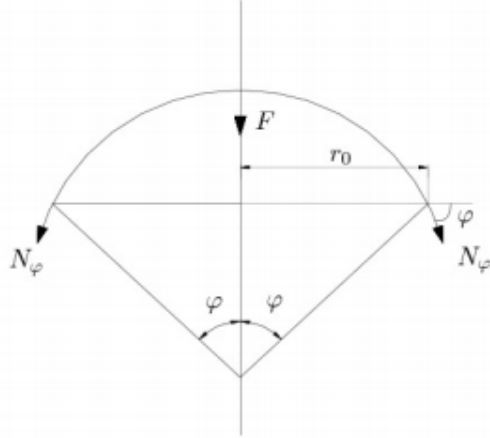


Figura 3.6: Geometría de la porción de membrana [35]

Si la resultante de la carga total de esa porción de la membrana la denominamos F , la ecuación de equilibrio es:

$$2\pi r_0 N_\phi \sin \Phi = F \quad (14)$$

Esta ecuación puede utilizarse en vez de la ecuación diferencial (9), y se puede obtener por integración. Si dividimos la ecuación (13) por $r_1 r_0$, podemos escribirla de esta forma:

$$\frac{N_\phi}{r_1} + \frac{N_\theta}{r_2} = Z \quad (15)$$

Estas son las ecuaciones que se utilizarán para hallar el estado tensional de la membrana. Partiendo de las dimensiones halladas anteriormente, se calcularán los radios de curvatura principales r_1 y r_2 , y se hallará la resultante vertical F mediante la siguiente integral:

$$F = \int_A P dA \quad (16)$$

ya que la única carga actuando en nuestro módulo será la presión interna P . Al sustituir la expresión de F en la ecuación (1), se despejará la tensión de membrana N_ϕ , y seguidamente, con la ecuación (2), se despejará la tensión de membrana N_θ . Estos términos se expresarán en función del ángulo Φ .

Una vez obtenidas las ecuaciones de las tensiones de membrana, se procederá a averiguar el valor de la tensión máxima en la membrana una vez se aplique una presión interna igual a 1 atm. Estos valores son los que se utilizarán para hallar el espesor de la capa de contención, definiendo finalmente todas las dimensiones de la membrana.

Para ello, se utilizarán las resistencias últimas a tracción de los dos materiales seleccionados en el apartado 3.3, el Kevlar® y el Vectran®. Las resistencias últimas a tracción y densidades de cada uno de estos materiales son las siguientes:

Tabla 3.4: Resumen de las propiedades de los materiales seleccionados [54,55]

Material	Resistencia última (MPa)	Densidad (kg/m ³)
Kevlar	3600	1440
Vectran	3200	1410

Seguidamente, elegiremos la tensión de membrana más grande, y la dividiremos por la resistencia última a tracción, averiguando finalmente el espesor de la capa. De esa forma, y mediante la densidad de los materiales de la tabla 3.4, se podrá averiguar finalmente el peso total de la capa de contención.

4. MÓDULO SEMIESFÉRICO

En este capítulo se expondrán los cálculos necesarios para hallar el estado tensional de la capa de contención del módulo en el caso de que éste tenga la forma de una semiesfera y esté sometido a una presión interna igual a 1 atm. Una vez halladas las tensiones, se procederá a calcular el espesor de la capa para definir completamente sus dimensiones.

4.1 Cálculo de dimensiones

La única dimensión que hay que calcular para definir la semiesfera es su radio. Para calcularlo, partiremos de el volumen definido en el apartado 3.4, basado en recomendaciones de la NASA. El volumen del módulo debe ser de aproximadamente 270 m³. La fórmula para hallar el volumen de una esfera es la siguiente:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (17)$$

Para hallar el radio de la semiesfera, despejaremos el radio de la fórmula del volumen de la esfera y sustituiremos V por el doble del volumen requerido, es decir, 540 m³. De tal forma que el radio de nuestra semiesfera será:

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 540 \text{ m}^3}{4 \pi}} = 5.05 \text{ m} \quad (18)$$

Dado que el volumen definido en el tercer apartado es un valor aproximado, se establecerá un radio de la semiesfera de 5 m.

4.2 Cálculo de las fuerzas membranales

Una vez definido el radio, se procederá a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la teoría de láminas a la geometría de una semiesfera. En primer lugar, se definirán los radios de curvatura principales r_1 y r_2 . Como el caso de estudio es una esfera, los radios de curvatura son:

$$r_1 = r_2 = r \quad (19)$$

En segundo lugar, se resolverá la primera ecuación general de equilibrio (14). El término F se calcula como la resultante de las fuerzas verticales actuando en la porción circular de la membrana delimitado por el ángulo Φ . De esta forma, y al ser P :

$$F = \int_A P \cdot dA = 2\pi r^2 \int_0^\Phi P \cdot \sin \Phi \cdot \cos \Phi \cdot d\Phi \quad (20)$$

Resolviendo la integral, se obtiene:

$$F = 2\pi r^2 P \cdot \left[\left(-\frac{1}{2} \cos^2 \Phi \right) + \frac{1}{2} \right] = P\pi r^2 \cdot (1 - \cos^2 \Phi) \quad (21)$$

Una vez obtenido la carga total resultante F , se hallará el valor de la fuerza de membrana N_ϕ mediante la ecuación (14):

$$N_\phi = \frac{F}{2\pi r_0 \sin \Phi} = \frac{P\pi r^2 \cdot (1 - \cos^2 \Phi)}{2\pi r \sin^2 \Phi} = \frac{Pr \cdot \sin^2 \Phi}{2 \sin^2 \Phi} = \frac{Pr}{2} \quad (22)$$

Una vez obtenido la expresión de N_ϕ , se podrá averiguar la expresión de N_θ mediante la ecuación de equilibrio (15). Teniendo en cuenta el valor de los radios de curvatura (19), y al ser la presión interior P la única actuando en dirección Z normal a la superficie, se obtiene:

$$\frac{N_\phi + N_\theta}{r} = P \rightarrow N_\theta = Pr - N_\phi = Pr - \frac{Pr}{2} = \frac{Pr}{2} \quad (23)$$

Como se puede observar, las fuerzas de membrana N_ϕ y N_θ son iguales y constantes en toda la superficie de la membrana. Por tanto, no existe una fuerza máxima al aplicar una carga uniforme en una membrana con forma de semiesfera.

Sustituyendo el valor de la presión y del radio, se obtiene los siguientes esfuerzos de membrana:

$$N_\phi = N_\theta = \frac{Pr}{2} = \frac{101325 \frac{N}{m^2} \cdot 5 m}{2} = 253312,5 \text{ N/m} \quad (24)$$

4.3 Cálculo del espesor de la membrana

Seguidamente, se obtendrá el espesor de la membrana. Para ello, se utilizarán las fuerzas de membrana halladas en el apartado anterior. Estos esfuerzos, como se puede observar en la ecuación (24) poseen unidades de fuerza dividida por unidades de longitud. Debido a la uniforme distribución de tensiones, la presión a la que está sometida la membrana se puede definir mediante el espesor y las fuerzas de membrana de esta forma:

$$\sigma_{\phi} = \frac{N_{\phi}}{t} \quad (25)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{N_{\theta}}{t} \quad (26)$$

Para calcular el espesor mínimo de la membrana, se utilizará la máxima tensión a la que pueden estar sometidos los materiales seleccionados sin fracturarse. Ese valor lo proporciona la resistencia última a tracción del material. De esa forma, y teniendo en cuenta que se utilizará un factor de seguridad n igual a 4, se obtendrá el espesor de la membrana mediante la siguiente fórmula:

$$t = n \cdot \frac{N_{\phi/\theta}}{\sigma_R} \quad (27)$$

Dado que en este caso las dos fuerzas de membrana son iguales en toda la superficie, se utilizará indistintamente una de ellas para el cálculo del espesor.

4.3.1 Kevlar®

Como se mencionó en el apartado 3.6, la resistencia última a tracción del Kevlar® ronda los 3600 MPa. Sustituyendo la resistencia en la ecuación (27), se obtendrá un espesor de membrana de:

$$t = 4 \cdot \frac{253312,5 \frac{N}{m}}{3600 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}} = 2,81 \cdot 10^{-4} m = 0,28 mm \quad (28)$$

4.3.2 Vectran®

Para el caso del material Vectran®, se precederá a hacer el mismo cálculo. Su resistencia última ronda los 3200 MPa, por tanto, se obtendrá un espesor de membrana de:

$$t = 4 \cdot \frac{253312,5 \frac{N}{m}}{3200 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}} = 3,16 \cdot 10^{-4} m = 0,32 mm \quad (29)$$

4.4 Cálculo del peso de la membrana

Para hallar el peso final de la membrana, bastará con calcular el volumen total de la membrana. Para ello, se calculará la superficie de la membrana y se multiplicará por el espesor de esta en cada uno de los materiales. Una vez hallado el volumen total de la capa, se utilizará las densidades de los materiales para hallar el peso de la membrana. La superficie del módulo semiesférico se calculará mediante la siguiente fórmula:

$$S = 2\pi r^2 \quad (30)$$

Sabiendo que el radio de la semiesfera es igual a 5 m, obtendremos una superficie total de:

$$S = 2\pi r^2 = 2 \cdot \pi \cdot 5^2 = 157,08 m^2 \quad (31)$$

4.4.1 Kevlar®

Como se mencionó en el apartado 3.6, la densidad del Kevlar® ronda los 1440 kg/m³. Con la superficie de la formula (30) y el espesor hallado en la ecuación (28) se obtiene un volumen de membrana de:

$$V = S \cdot t = 157,08 m^2 \cdot 0,28 \cdot 10^{-3} m = 0,044 m^3 \quad (32)$$

Sabiendo la definición de la densidad de un material, obtendremos el siguiente peso de capa con Kevlar®:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V = 1440 \frac{kg}{m^3} \cdot 0.044 m^3 = 63,36 kg \quad (33)$$

4.4.2 Vectran®

Como se mencionó en el apartado 3.6, la densidad del Vectran® ronda los 1410 kg/m³. Con la superficie de la formula (30) y el espesor hallado en la ecuación (29) se obtiene un volumen de membrana de:

$$V = S \cdot t = 157,08 m^2 \cdot 0,32 \cdot 10^{-3} m = 0.05 m^3 \quad (34)$$

Sabiendo la definición de la densidad de un material, obtendremos el siguiente peso de capa con Vectran®:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V = 1410 \frac{kg}{m^3} \cdot 0.05 m^3 = 70,5 kg \quad (35)$$

4.5 Resultados obtenidos

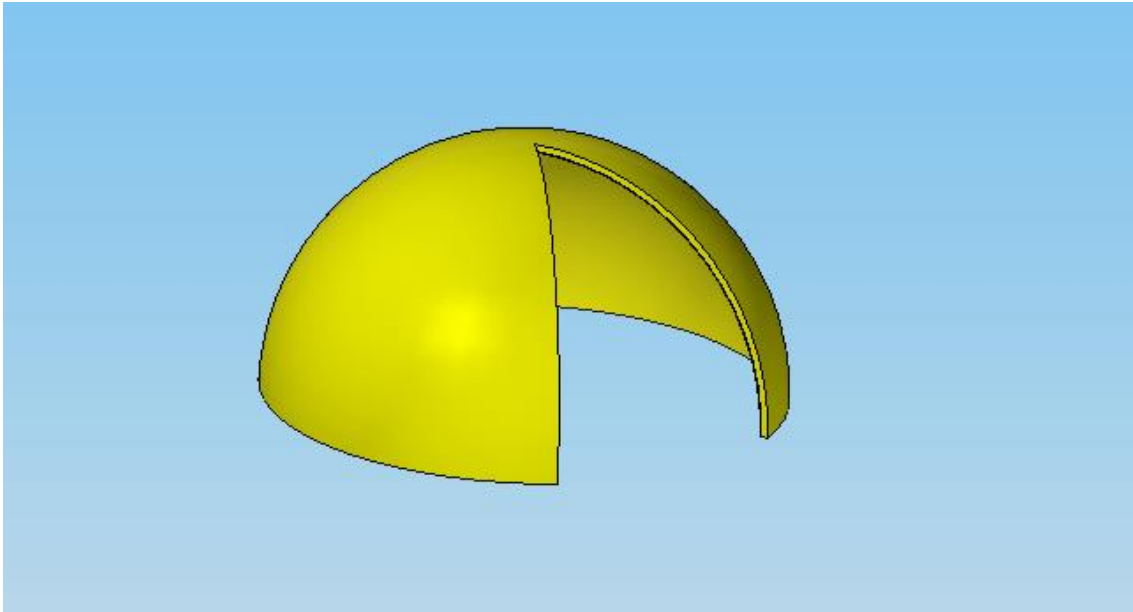


Figura 4.1: Modelización 3D de la capa semiesférica (Elaboración propia)

A continuación, se expone una tabla resumen con los datos obtenidos en los apartados anteriores para el cálculo de las dimensiones de la capa de contención del módulo semiesférico:

Radio (m)	Volumen interior (m ³)	$N_{\phi/\theta \max}$ (N/m)	Espesor (mm)		Peso (kg)	
			Kevlar®	Vectran®	Kevlar®	Vectran®
5	261,8	253312,5	0,28	0,32	63,36	70,5

Tabla 4.1: Resumen de resultados obtenidos para el módulo semiesférico.

Como se puede observar en los apartados anteriores, al aplicar una carga uniforme en toda la superficie interior del módulo semiesférico, se generan fuerzas de membrana iguales en todos los puntos de la superficie. Esto se debe principalmente a la uniformidad de la carga y a la simetría de la geometría. Además, el valor de los radios de curvatura principales de todas las zonas de la capa es constante e igual al radio de esta.

En cuanto al espesor de la capa, la diferencia entre los dos materiales es bastante pequeña. En el caso de la capa hecha de Kevlar®, ésta tiene un espesor ligeramente más bajo que en el caso de la capa hecha de Vectran®. Esto se debe principalmente a la resistencia del material. A

misma carga, se necesita menos cantidad de material para resistir las tensiones de membrana provocadas por la presión interior del módulo.

Por último, cabe destacar el peso de la capa de contención. Fijándose en la tabla resumen, se puede apreciar una diferencia notable, donde la capa hecha de Vectran® es más pesada. Es cierto que la diferencia entre espesores es muy pequeña, pero estos valores en comparación con los de la superficie son muy pequeños, por lo que un pequeño cambio en el espesor provoca un gran cambio en el volumen del material. Aunque el Kevlar® sea más pesado, ya que tiene una densidad mayor, no compensa el aumento de volumen de material al utilizar Vectran®.

5. MÓDULO SEMIESFEROIDE

En este capítulo se desarrollarán los cálculos necesarios para calcular las dimensiones finales de la capa de contención del módulo en el caso de que éste tenga la forma de una semiesferoide. Para ello, se calculará el estado tensional del mismo al someterse a una presión interna de 1 atm.

5.1 Cálculo de dimensiones

En este caso, la geometría del módulo es el de un semiesferoide oblato. Esta geometría se obtiene al girar una elipse por unos de sus ejes. Por tanto, se tendrán que definir dos dimensiones, correspondientes a los dos semiejes de la elipse. El volumen de un esferoide se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$V = \frac{4}{3} \pi a^2 b \quad (35)$$

El semieje a corresponde al semieje mayor, es decir, al radio del suelo del módulo; mientras que b corresponde al semieje menor, es decir, la altura máxima del módulo. Para calcular la longitud de los semiejes, se ha definido un volumen aproximado de 270 m^3 . Al tener dos incógnitas, se necesitaría una condición más. Por tanto, se definirá previamente la altura del módulo.

Se considerará una altura para el módulo semiesferoide de 3 m. Como en el caso anterior, se usará el doble del volumen en la fórmula (35). Por tanto, el radio del suelo del módulo será:

$$a = \sqrt{\frac{3 \cdot 540 \text{ m}^3}{4 \cdot \pi \cdot 3 \text{ m}}} = 6,55 \text{ m} \quad (36)$$

Al ser el volumen de referencia un cálculo aproximado, se redondeará el valor del radio del suelo del módulo. Éste tendrá un valor de 6.5 m.

5.2 Cálculo de las fuerzas membranales

En este apartado se aplicarán las ecuaciones de equilibrio de la teoría de láminas para la geometría de un semiesferoide. Los principales radios de curvatura en el caso de un elipsoide de revolución son las siguientes:

$$r_1 = \frac{a^2 b^2}{(a^2 \sin^2 \Phi + b^2 \cos^2 \Phi)^{\frac{3}{2}}} \quad (37)$$

$$r_2 = \frac{a^2}{(a^2 \sin^2 \Phi + b^2 \cos^2 \Phi)^{\frac{1}{2}}} \quad (38)$$

Para el cálculo de la fuerza vertical resultante F se seguirá el mismo procedimiento que en el caso del módulo semiesférico, ya que las características de las porciones circulares de la membrana en ambos casos son muy similares. Por tanto:

$$F = 2\pi r_2^2 \int_0^\Phi P \cdot \sin \Phi \cdot \cos \Phi \cdot d\Phi = P\pi r_2^2 \cdot (1 - \cos^2 \Phi) = P\pi r_0^2 \quad (39)$$

Al sustituir el valor de F en la ecuación (14) y despejando N_Φ , se obtiene:

$$N_\Phi = \frac{F}{2\pi r_0 \sin \Phi} = \frac{Pr_0}{2 \sin \Phi} = \frac{Pr_2 \sin \Phi}{2 \sin \Phi} = \frac{Pr_2}{2} \quad (40)$$

Una vez obtenido la expresión de la fuerza de membrana N_Φ , se procederá a sustituirlo en la segunda ecuación de equilibrio (15) para hallar la fuerza de membrana N_θ . Siendo las mismas condiciones de carga que en el caso anterior, se obtiene:

$$\frac{N_\Phi}{r_1} + \frac{N_\theta}{r_2} = P \rightarrow N_\theta = Pr_2 - N_\Phi \frac{r_2}{r_1} = P \left(r_2 - \frac{r_2^2}{2r_1} \right) \quad (41)$$

Al analizar las fórmulas de los radios de curvatura principales (37) y (38), se puede observar que sus valores no son constantes en la superficie de la pieza, sino que dependen de la

posición del punto de estudio. Esta posición se define por el ángulo Φ . Por lo tanto, se hallarán las fuerzas membranales en 4 puntos del módulo.

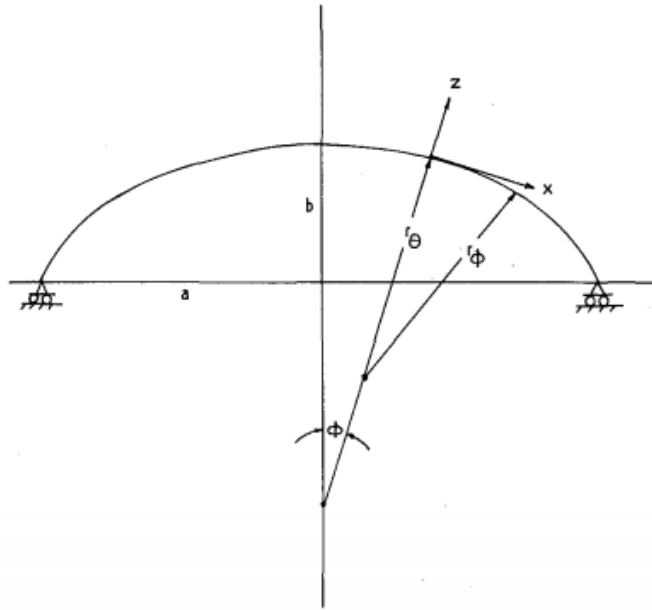


Figura 5.1: Geometría de una membrana elipsoidal [56]

5.2.1 Cálculo en el punto más alto

Si situamos los ejes de coordenadas en el centro del elipsoide, el ángulo correspondiente al punto más alto del módulo es 0 rad. Si se sustituye el ángulo en las ecuaciones (37) y (38), se obtendrá:

$$r_1 = \frac{a^2 b^2}{(a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta)^{\frac{3}{2}}} = \frac{a^2}{b} \quad (42)$$

$$r_2 = \frac{a^2}{(a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta)^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^2}{b} \quad (43)$$

Una vez calculados los radios de curvatura, se podrá obtener la expresión de las fuerzas de membrana en el punto más alto del módulo mediante las ecuaciones (40) y (41). Se esta forma:

$$N_{\phi} = \frac{Pr_2}{2} = \frac{Pa^2}{2b} \quad (44)$$

$$N_{\theta} = P \left(r_2 - \frac{r_2^2}{2r_1} \right) = P \left(\frac{a^2}{b} - \frac{a^4b}{2a^2b^2} \right) = P \left(\frac{a^2}{b} - \frac{a^2}{2b} \right) = \frac{Pa^2}{2b} \quad (45)$$

Por tanto, en el punto más alto del módulo esferoidal, las fuerzas de membrana son iguales, y tienen un valor de:

$$N_{\phi} = N_{\theta} = \frac{Pa^2}{2b} = \frac{101325 \frac{N}{m^2} \cdot (6,5 \text{ m})^2}{2 \cdot 3 \text{ m}} = 713496,87 \text{ N/m} \quad (46)$$

5.2.2 Cálculo en el ecuador

El ángulo correspondiente al ecuador del módulo es $\pi/2$ rad (en un ángulo de 90° desde el punto más alto del módulo). Si se sustituye el ángulo en las ecuaciones (37) y (38), se obtendrá:

$$r_1 = \frac{a^2b^2}{(a^2 \sin^2 \frac{\pi}{2} + b^2 \cos^2 \frac{\pi}{2})^{\frac{3}{2}}} = \frac{b^2}{a} \quad (47)$$

$$r_2 = \frac{a^2}{(a^2 \sin^2 \frac{\pi}{2} + b^2 \cos^2 \frac{\pi}{2})^{\frac{1}{2}}} = a \quad (48)$$

Sustituyendo las expresiones de los radios de curvatura en las ecuaciones (40) y (41).

$$N_{\phi} = \frac{Pr_2}{2} = \frac{Pa}{2} \quad (49)$$

$$N_{\theta} = P \left(r_2 - \frac{r_2^2}{2r_1} \right) = P \left(a - \frac{a^2}{\frac{b^2}{a}} \right) = Pa \left(1 - \frac{a^2}{2b^2} \right) \quad (50)$$

Si se sustituye el valor de la presión interna P y de los semiejes a y b , se obtendrán las siguientes fuerzas de membrana:

$$N_{\phi} = \frac{Pa}{2} = \frac{101325 \frac{N}{m^2} \cdot 6,5 m}{2} = 329306,25 \text{ N/m} \quad (51)$$

$$N_{\theta} = Pa \left(1 - \frac{a^2}{2b^2} \right) = -887297,4 \text{ N/m} \quad (52)$$

5.2.3 Cálculo en puntos intermedios

Además, para la obtención de la distribución de tensiones en la membrana esferoidal, se obtendrán las fuerzas de membrana en dos puntos más, concretamente en $\pi/4$ y $\pi/3$. Por tanto, los valores de los radios de curvatura en esos puntos son:

- Para $\Phi = \pi/3$

$$r_1 = \frac{a^2 b^2}{(a^2 \sin^2 \frac{\pi}{3} + b^2 \cos^2 \frac{\pi}{3})^{\frac{3}{2}}} = \frac{8a^2 b^2}{(3a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (53)$$

$$r_2 = \frac{a^2}{(a^2 \sin^2 \frac{\pi}{3} + b^2 \cos^2 \frac{\pi}{3})^{\frac{1}{2}}} = \frac{2a^2}{(3a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (54)$$

- Para $\Phi = \pi/4$

$$r_1 = \frac{a^2 b^2}{(a^2 \sin^2 \frac{\pi}{4} + b^2 \cos^2 \frac{\pi}{4})^{\frac{3}{2}}} = \frac{8a^2 b^2}{(2a^2 + 2b^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (55)$$

$$r_2 = \frac{a^2}{(a^2 \sin^2 \frac{\pi}{4} + b^2 \cos^2 \frac{\pi}{4})^{\frac{1}{2}}} = \frac{2a^2}{(2a^2 + 2b^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (56)$$

Sustituyendo las expresiones de los radios de curvatura en las ecuaciones (40) y (41):

- Para $\Phi = \pi/3$

$$N_\Phi = \frac{Pr_2}{2} = \frac{Pa^2}{(3a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (57)$$

$$N_\theta = P \left(r_2 - \frac{r_2^2}{2r_1} \right) = Pa^2 \left(\frac{32b^2 - (3a^2 + b^2)}{16 b^2 (3a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}} \right) \quad (58)$$

- Para $\Phi = \pi/4$

$$N_\Phi = \frac{Pr_2}{2} = \frac{Pa^2}{(2a^2 + 2b^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (59)$$

$$N_\theta = P \left(r_2 - \frac{r_2^2}{2r_1} \right) = Pa^2 \left(\frac{32b^2 - 4(2a^2 + 2b^2)}{16 b^2 (2a^2 + 2b^2)^{\frac{1}{2}}} \right) \quad (60)$$

Si se sustituye el valor de la presión interna P y de los semiejes a y b , se obtendrán las siguientes fuerzas de membrana:

- Para $\Phi = \pi/3$

$$N_\Phi = \frac{Pa^2}{(3a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}} = 367428,98 \text{ N/m} \quad (61)$$

$$N_{\theta} = Pa^2 \left(\frac{32b^2 - 4(3a^2 + b^2)}{16b^2(3a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}} \right) = -650655,48 \text{ N/m} \quad (62)$$

- Para $\Phi = \pi/4$

$$N_{\phi} = \frac{Pa^2}{(2a^2 + 2b^2)^{\frac{1}{2}}} = 422845,18 \text{ N/m} \quad (63)$$

$$N_{\theta} = Pa^2 \left(\frac{32b^2 - 4(2a^2 + 2b^2)}{16b^2(2a^2 + 2b^2)^{\frac{1}{2}}} \right) = -358243,84 \text{ N/m} \quad (64)$$

5.3 Cálculo del espesor de la membrana

En el apartado anterior, se ha calculado las fuerzas de membrana en dos zonas del módulo distintos, obteniendo dos valores de N_{ϕ} y dos valores de N_{θ} . Entre ellos, se elegirá la fuerza de membrana más alta en valor absoluto para averiguar el espesor de la membrana. La siguiente tabla resumen muestra los resultados obtenidos en el apartado anterior:

Tabla 5.1: Resumen de las fuerzas de membrana en el esferoide

	$\Phi = 0$	$\Phi = \frac{\pi}{4}$	$\Phi = \frac{\pi}{3}$	$\Phi = \frac{\pi}{2}$
N_{ϕ} (N/m)	713496,87	422845,18	367428,98	329306,25
N_{θ} (N/m)	713496,87	-358243,84	-650655,48	-887297,4

Observando la tabla 5.1, se puede llegar a la conclusión que la mayor fuerza de membrana se encuentra en el ecuador del módulo y tiene un valor de 887297,4 N/m. A continuación, se hallarán los espesores de la membrana para cada uno de los materiales propuestos en apartados anteriores con el mismo procedimiento usado en el capítulo anterior.

5.3.1 Kevlar®

Partiendo de la ecuación (27) y sabiendo que la resistencia última del Kevlar ronda los 3600 MPa, se obtendrá:

$$t = 4 \cdot \frac{887297,4 \frac{N}{m}}{3600 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}} = 9,85 \cdot 10^{-4} m = 0,98 \text{ mm} \quad (65)$$

5.3.2 Vectran®

Partiendo de la ecuación (27) y sabiendo que la resistencia última del Kevlar ronda los 3600 MPa, se obtendrá:

$$t = 4 \cdot \frac{887297,4 \frac{N}{m}}{3200 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}} = 1,11 \cdot 10^{-3} m = 1,11 \text{ mm} \quad (66)$$

5.4 Cálculo del peso de la membrana

Para hallar el peso final de la membrana, se usará el mismo proceso que en el capítulo anterior. La superficie del módulo semiesferoide se calculará mediante la siguiente fórmula:

$$S = \pi \left[a^2 + \frac{b^2}{\sin e} \cdot \ln \left(\frac{1 + \sin e}{\cos e} \right) \right] \quad (67)$$

Donde el semieje mayor a es igual a 6.5 m, el semieje menor b es igual a 3 m y la excentricidad e es igual a $\cos^{-1}(b/a)$. De esa forma, la superficie del módulo esferoide será:

$$e = \cos^{-1}(b/a) = 1,091 \quad (68)$$

$$S = \pi \left[(6.5m)^2 + \frac{(3m)^2}{\sin 1,091} \cdot \ln \left(\frac{1 + \sin 1,091}{\cos 1,091} \right) \right] = 177,61 \text{ m}^2 \quad (69)$$

5.4.1 Kevlar®

Como se mencionó en el apartado 3.6, la densidad del Kevlar® ronda los 1440 kg/m³. Con la superficie de la formula (69) y el espesor hallado en la ecuación (65) se obtiene un volumen de membrana de:

$$V = S \cdot t = 177,61 \text{ m}^2 \cdot 0,98 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0.174 \text{ m}^3 \quad (70)$$

Sabiendo la definición de la densidad de un material, obtendremos el siguiente peso de capa con Kevlar®:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V = 1440 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.174 \text{ m}^3 = 250,56 \text{ kg} \quad (71)$$

5.4.2 Vectran®

Como se mencionó en el apartado 3.6, la densidad del Vectran® ronda los 1410 kg/m³. Con la superficie de la formula (69) y el espesor hallado en la ecuación (66) se obtiene un volumen de membrana de:

$$V = S \cdot t = 177,61 \text{ m}^2 \cdot 1,11 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0.197 \text{ m}^3 \quad (72)$$

Sabiendo la definición de la densidad de un material, obtendremos el siguiente peso de capa con Vectran®:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V = 1410 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.197 \text{ m}^3 = 277,77 \text{ kg} \quad (73)$$

5.5 Resultados obtenidos

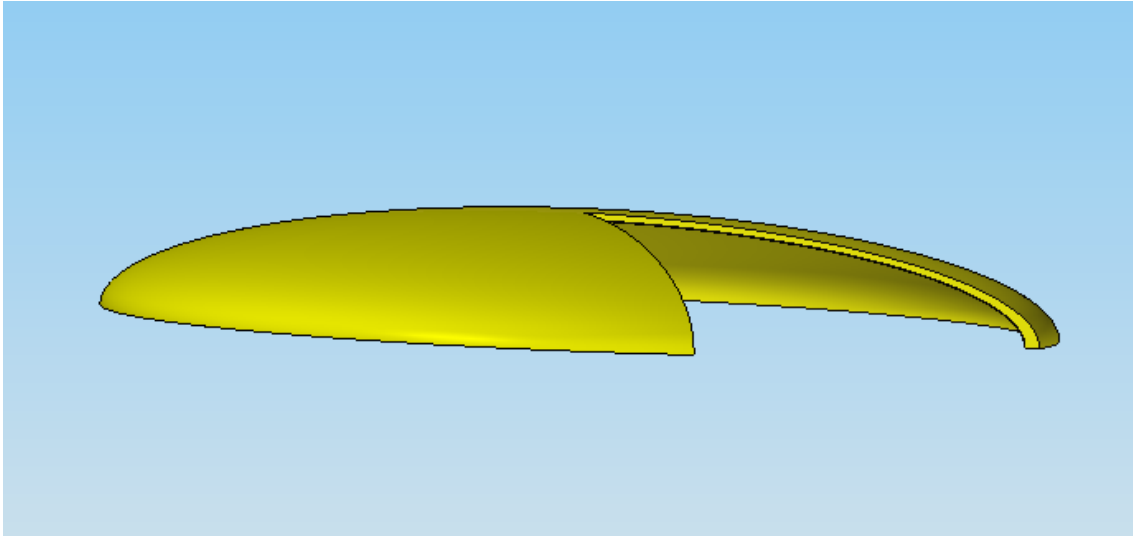


Figura 5.2: Modelización en 3D de la capa semiesferoide (Elaboración propia)

A continuación, se expone una tabla resumen con los resultados obtenidos en los apartados anteriores para el cálculo de las dimensiones de la capa de contención para el módulo semiesferoide:

Tabla 5.2: Resumen de resultados obtenidos para el módulo semiesferoide

Semieje mayor a (m)	Semieje menor b (m)	Volumen interior (m ³)	$N_{\Phi/\theta \max}$ (N/m)	Espesor (mm)		Peso (kg)	
				Kevlar®	Vectran®	Kevlar®	Vectran®
6,5	3	265,46	887297,4	0,98	1,11	250,56	277,77

Como se puede observar en la tabla 5.1 del apartado 5.3 de este capítulo, las fuerzas de membrana a lo largo de la superficie de la capa semiesferoide no son constantes.

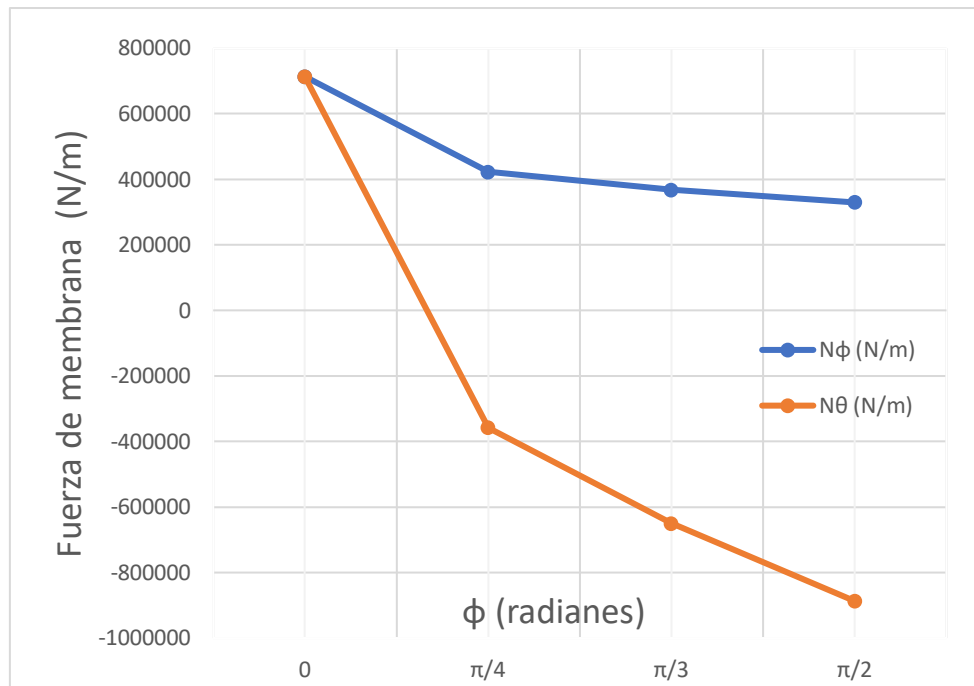


Figura 5.3: Distribución de tensiones en la membrana semiesférica (Elaboración propia)

Como se puede apreciar en la gráfica superior, las fuerzas membranales N_ϕ y N_θ se comportan de forma distinta a lo largo de la superficie de la membrana. En el punto más alto, es decir, cuando el ángulo ϕ es igual a 0 rad, las fuerzas de membrana son iguales. Esto se debe a que en ese punto los radios de curvatura son iguales. Además, es un punto de las mismas características que cualquier punto de una membrana semiesférica, cuyas fuerzas membranales son constantes, como se ha comentado anteriormente. A medida que el ángulo ϕ aumenta, las fuerzas de membrana disminuyen. En el caso de la fuerza de membrana meridional N_ϕ , disminuye de forma considerable hasta llegar a la parte media de la pared de la membrana, donde permanece prácticamente constante hasta el ecuador de la membrana. Sin embargo, la fuerza de membrana paralela N_θ disminuye muy rápidamente a medida que el ángulo ϕ aumenta, llegando a ser negativa. De hecho, en el ecuador de la membrana, esta fuerza se convierte en la máxima de todas las tensiones de la membrana.

En cuanto al peso y al espesor de la membrana de los dos materiales, se cumplen los postulados anunciados en los resultados del módulo semiesférico. Dado que la resistencia del Kevlar® es mayor que la del Vectran®, la capa puede ser más fina, por lo tanto, se necesitará menos cantidad de material para su fabricación. Por tanto, la membrana de Kevlar® pesará menos.

6. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS

En este apartado se compararán la capa semiesférica y la capa semiesferoide en base a los resultados obtenidos en los capítulos anteriores. A continuación, se presenta una tabla resumen de los datos obtenidos:

Tabla 6.1: Resumen de los resultados obtenidos de ambas geometrías.

Geometría	Capa semiesférica		Capa semiesferoide	
Volumen encerrado (m ³)	261,8		265,46	
Superficie exterior (m ²)	157,08		177,61	
Superficie útil (m ²)	78,54		132,73	
$N_{\Phi/\theta \max}$ (N/m)	253312,5		887297,4	
Material	Kevlar®	Vectran®	Kevlar®	Vectran®
Espesor (mm)	0,28	0,32	0,98	1,11
Volumen (m ³)	0,044	0,05	0,174	0,197
Peso (kg)	63,36	70,5	250,56	277,77

En primer lugar, se compararán los materiales utilizados para el análisis de la capa de contención. Como se puede observar en la tabla 6.1, con ambos materiales en los dos casos se puede apreciar un espesor extremadamente pequeño. Esto es debido a las propiedades mecánicas de ambos materiales. Comparado con los materiales comúnmente usados para membranas convencionales, el Kevlar® y el Vectran® son altamente resistentes y muy pesados. Si observamos la ecuación (27) del capítulo 4, a medida que aumenta la resistencia del material, disminuye el espesor de membrana. El espesor de la membrana aumentará si aumenta las fuerzas en ella.

Por otro lado, se puede apreciar que, en los dos casos, tanto en la capa semiesférica como en la capa semiesferoide, el peso de la capa de Vectran® es mayor que la capa hecha de Kevlar®, ya que este último material es más resistente teniendo una densidad parecida. El peso de la capa es uno de los factores más determinantes en este tipo de diseños, ya que el mínimo

ahorro de peso en cualquiera de los elementos del módulo influirá positivamente en otros aspectos de la construcción del módulo, como su levantamiento o transporte.

Una de las mayores diferencias entre los dos tipos de geometrías es el peso de la capa, para los dos materiales. El peso de la membrana con la forma de un esferoide es mucho más mayor que el peso de la membrana semiesférica. Aunque las dos geometrías encierran un volumen muy parecido, que solo difiere unos 4 m³, la diferencia de peso en el caso de las capas hechas de Kevlar® es de aproximadamente 187 kg. En el caso de las capas de Vectran®, la diferencia es aún mayor, rondando los 207 kg. Esto se debe principalmente a la distribución de esfuerzos en cada membrana y sus concentraciones de tensiones. La simetría de la membrana semiesférica hace que la distribución de las fuerzas de membrana sea totalmente uniforme, de tal forma que no se producen zonas de concentración de esfuerzos. Por otro lado, en la capa semiesferoide, la distribución de tensiones es desigual en toda la superficie, ya que sus radios de curvatura son distintos en cada punto. Eso provoca que haya zonas con fuerzas de membrana positivas, negativas y nulas. Además, como podemos observar en los resultados obtenidos, la fuerza de membrana máxima de la capa semiesferoide es casi 4 veces mayor que la máxima fuerza de membrana de la capa semiesférica, ya que los radios de curvatura en toda la superficie de un elipsoide son mucho mayores que los radios de curvatura en una esfera, que coinciden con su radio. Precisamente de la fuerza máxima se obtiene el espesor de la capa, que determina altamente el peso de esta.

Otro factor no menos importante es la superficie de la membrana. Como se ha mencionado en el párrafo anterior, el volumen encerrado por las dos capas es muy parecido. Sin embargo, la superficie de la membrana semiesférica es menor que la superficie de la membrana semiesferoide. Esto se debe a que la esfera es la forma geométrica que más volumen encierra en comparación con su superficie. Una superficie mayor conlleva un volumen mayor, y, por tanto, un peso más grande.

Sabiendo que la membrana semiesferoide es mucho más pesada que la membrana semiesférica, habría que analizar el espacio interior de los módulos. Si nos fijamos en las dimensiones de la semiesfera, podemos observar que esta tiene una altura de 5 m. Dado que es una estructura hinchable, no sería viable una segunda planta, ya que una estructura membranal no puede soportar tales solicitaciones y se necesitaría una estructura interna adicional. Por tanto, se estaría desaprovechando casi un tercio del volumen encerrado por la membrana. Sin embargo, la altura máxima de la capa esferoidal es de 3 metros, con lo cual no hay desaprovechamiento de volumen superior. Además, si nos fijamos en la superficie del suelo que cubren las membranas, hay una diferencia notable, ya que el radio del suelo que encierra el módulo semiesférico es 1,5 m menor que el radio del módulo semiesférico, lo que provoca una diferencia de 54 m² de superficie útil.

Suponiendo que los dos módulos fueran a estar equipados de igual forma, se tendría que aumentar el radio del módulo semiesférico 1,5 metros para albergar en su suelo la misma o parecida cantidad y volumen de elementos. De esa forma, aumentaría las fuerzas de membrana de la semiesfera. Según la fórmula (22), se obtendrían una fuerza de membrana de:

$$N_{\phi} = N_{\theta} = \frac{Pr}{2} = \frac{101325 \frac{N}{m^2} \cdot 6,5 m}{2} = 329306,25 \quad (74)$$

Como podemos observar, las fuerzas de membrana en una capa semiesférica con la misma superficie útil que la capa semiesferoidal aumentan ligeramente con respecto a la capa semiesférica estudiada, y siguen siendo mucho menores que las obtenidas en la capa semiesferoide. Teniendo en cuenta que con el Kevlar® se obtiene la capa más fina, obtendremos un grosor de:

$$t = 4 \cdot \frac{329306,25 \frac{N}{m^2}}{3600 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}} = 3,658 \cdot 10^{-4} m = 0,37 mm \quad (75)$$

Sin embargo, al aumentar el radio de la esfera, también aumenta su superficie exterior. Si calculamos la superficie de la capa semiesférica de radio 6,5 m, se obtendrá:

$$S = 2\pi r^2 = 2 \cdot \pi \cdot 6,5^2 = 265,46 m^2 \quad (76)$$

Como se puede apreciar, hay un aumento considerable de la superficie de la capa. Si se calcula el peso de la capa, se obtendrá un valor de:

$$V = S \cdot t = 265,46 m^2 \cdot 0,37 \cdot 10^{-3} m = 0.095 m^3 \quad (77)$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V = 1440 \frac{kg}{m^3} \cdot 0.095 m^3 = 137,52 kg \quad (78)$$

Aunque la superficie de la capa semiesférica sea casi 90 m² más grande que la superficie de la capa semiesferoide, su peso sigue siendo mucho menor. Por tanto, si se aumenta la superficie útil del módulo semiesférico hasta igualar el del módulo semiesferoide, se seguiría obteniendo una capa de contención menos pesada, por tanto, de menor coste.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha llevado a cabo un análisis teórico de del estado tensional de la capa de contención de un módulo hinchable para la definición de sus dimensiones finales. El módulo será usado como centro de investigación en el planeta Marte. Teniendo en cuenta las características morfológicas de la capa, se le ha considerado una membrana. Seguidamente, se ha realizado un estudio de la teoría de y láminas para la determinación de las ecuaciones necesarias para averiguar los esfuerzos en la capa.

Basado en el estudio de formas compatibles con presurización interna, se han elegido dos tipos de geometrías para ser analizadas: la geometría esférica y la geometría esferoidal. Al aplicar las ecuaciones de equilibrio de la teoría de láminas a cada una de las geometrías, teniendo sólo en cuenta la presión interior, se ha demostrado que las tensiones en la capa semiesferoide son mucho más grandes que las tensiones en la capa semiesférica, encerrando un volumen parecido.

Observando las ecuaciones de equilibrio obtenidas para los dos casos, podemos confirmar que las fuerzas de membrana son directamente proporcionales a la presión interna y a los radios de curvatura. En el caso de la capa semiesferoide, los radios de curvatura en todos sus puntos superan el radio de curvatura de la semiesfera, que es constante en toda su superficie. Fijándose en la curvatura de la capa semiesferoide, esta coincide con la curvatura de una esfera mucho más grande que la curvatura de la esfera de la capa semiesférica, es decir, de un radio mucho mayor, lo que hace que aumente los esfuerzos de membrana. Sabiendo que la curvatura de un objeto en un punto es inversamente proporcional a su radio de curvatura, si se aumenta la curvatura de la membrana, se reduce los esfuerzos en esta. Reduciendo los esfuerzos en la membrana, se reducen los costes de fabricación y transporte de esta, ya que se necesita mucha menos cantidad de material para hacer la capa.

Se ha analizado el volumen interior de las dos membranas, y se ha podido observar que hay una gran cantidad de espacio en la parte superior de la membrana semiesférica. Dado que resulta inviable la instalación de una segunda planta en una estructura hinchable de estas características, ese espacio es totalmente desaprovechado y sin utilidad alguna. Por otro lado, la disminución de la curvatura de la geometría de la capa, como ocurre en la capa semiesferoide, provoca una disminución de la altura de la capa, de tal forma que se reduce el espacio en la parte central y se aumenta la superficie cubierta por la capa, es decir, la superficie útil del módulo.

Si se aumentara el radio de la capa semiesférica para conseguir la misma superficie útil que en la capa semiesferoide, aumentarían las fuerzas de membrana y la superficie exterior. Sin embargo, se ha demostrado que las fuerzas de membrana seguirían siendo menores, ya que el radio de curvatura en la capa esferoidal seguiría siendo mucho mayor que el nuevo radio de la semiesfera. Por tanto, teniendo ambas capas la misma superficie útil, la capa semiesférica seguirá siendo más ligera.

8. LÍNEAS FUTURAS DE TRABAJO

Como se ha mencionado en la introducción, este trabajo solo ha analizado las tensiones de la capa de contención del módulo al aplicarle una tensión interna. Para definir totalmente la estructura del módulo hinchable, habría que profundizar en varios aspectos.

En primer lugar, habría que hacer un análisis más exhaustivo de los materiales. En este trabajo se ha analizado qué material resiste mejor los esfuerzos provocados por la presión interna, pero hay otros factores que pueden afectar gravemente al material de la membrana, como la fatiga o la exposición a los rayos UV. Una vez hecho el análisis, habría que estudiar el comportamiento de los dos materiales ante este tipo de factores.

En segundo lugar, habría que repetir el proceso de cálculo del peso de la membrana en el caso de que ésta se le incorporara huecos, como una entrada o ventanas. Estos elementos pueden provocar zonas de concentración de tensiones, alterando los valores de las fuerzas de membrana.

La pared de este tipo de módulos se compone de múltiples capas, como la de retención de aire o la manta térmica. Una vez determinados sus grosores para que cumplan su función principal, se debería llevar a cabo estudio de la resistencia última de estos materiales, para averiguar si podrán resistir la presión interior sin romperse. Además, el peso de estas capas actuaría como una carga externa hacia la capa de contención, por lo que habría que revisar la presión interior y volver a hacer el proceso de cálculo de las dimensiones de la membrana.

Sería interesante profundizar en aspectos esenciales para la construcción y asentamiento del módulo, como su método de inflado o el tipo de anclaje al suelo, teniendo en cuenta factores como las condiciones climatológicas o la morfología del suelo de Marte.

En el caso de que se quiera incorporar más efectivos a la misión, habría que aumentar el espacio disponible de los módulos. Habría que analizar el impacto económico que puede suponer un aumento del volumen de los módulos y estudiar la posibilidad de enlazar múltiples módulos hinchables para construir un complejo más grande.

Otra importante línea de estudio es la del aprovisionamiento energético del módulo. Ya se están realizando estructuras hinchables energéticamente autosuficientes, mediante la integración de células fotovoltaicas en la membrana. En el caso de una estructura hinchables en Marte este tipo de membranas son especialmente eficientes, ya que la delgadez de su atmósfera hace que la radiación ultravioleta sea mucha más intensa.

9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Mars Exploration Program, "All About Mars", NASA. [En línea]. Disponible en: <https://mars.nasa.gov/allaboutmars/mystique/history/early/>
- [2] N. Copérnico, *De revolutionibus orbium coelestium*, 1543.
- [3] B.W. Jones, "Mars before the space age", *International Journal of Astrobiology*, vol. 7, no.2, pp. 143-155, 2008.
- [4] "Mariner to Mercury, Venus and Mars", NASA, EEUU, Informe técnico, 1974.
- [5] A. Zak, "Mars 3 found?", *RussianSpaceWeb.com*, 11-04-2013. [En línea]. Disponible en: http://www.russianspaceweb.com/mars3_landing.html
- [6] "Viking Mission to Mars", NASA, EEUU, Informe técnico, 1976.
- [7] E. Conway, "The 80's: Mars Observer", *Jet Propulsion Laboratory*. [En línea]. Disponible en: <https://www.jpl.nasa.gov/jplhistory/the80/mars-observer-t.php>
- [8] "Mars Pathfinder", NASA, EEUU, Informe técnico, 1997.
- [9] Mars Exploration Program, "2001 Mars Odyssey", NASA. [En línea]. Disponible en: <https://mars.nasa.gov/programmissions/missions/present/odyssey/>
- [10] "Mars Express: The Mission", *European Space Agency*, Diciembre 2017. [En línea]. Disponible en: http://www.esa.int/Our_Activities/Space_Science/Mars_Express/The_mission
- [11] "Mars Science Laboratory/Curiosity", NASA, EEUU, Informe técnico, 2011.
- [12] E. Howell, "India's First Mission to Mars Set to Arrive at Red Planet", *Space.com*, 22-09-2014. [En línea]. Disponible en: <https://www.space.com/27224-india-mars-orbiter-mission-arrives-tuesday.html> . Acceso: julio 2018

- [13] "Schiaparelli Crash Site in Colour", *European Space Agency*, 03-11-2016. [En línea].
Disponible en:
https://www.esa.int/Our_Activities/Space_Science/ExoMars/Schiaparelli_crash_site_in_colour
- [14] M. Williams, "Mars Compared to Earth", *Universe Today*, 05-12-2015. [En línea].
Disponible en: <https://www.universetoday.com/22603/mars-compared-to-earth/>
- [15] M. T.Mellon, W. C.Feldman and T. H.Prettyman, "The presence and stability of ground ice in the southern hemisphere of Mars," *Icarus*, vol. 169, no. 2, pp. 24-340, Junio 2004.
- [16] A. Maydana, H. Larotonda, "Guía de Estudio: Estructuras Neumáticas", *Universidad Nacional de la Plata*, Buenos Aires, 2010.
- [17] Raúl Vallecillo Ascariz, "Análisis teórico-experimental de estructuras membranales", Proyecto de Fin de Carrera, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España, 2010. [En línea]. Disponible en: <http://hdl.handle.net/2099.1/10274>
- [18] Shierle G.G. "Architectural Structures", *University of Southern California*, EEUU, 2006.
- [19] P. Casinello, S. Huerta, J. M. de Prada, R. Sánchez, *Geometría y Proporción de las Estructuras*, Madrid: Lampreave, 2010.
- [20] F. W. Lanchester, "Construction of Tents for Field-Hospitals, Depots and Like Purposes", U. S. Patente 01302182, 29 de abril 1919.
- [21] L. Glaeser, *The Work of Frei Otto*, Nueva York: The Museum of Modern Art, 1972.
- [22] A. Curro Castillo, "Estructuras neumáticas y velarias", *Universidad Autónoma de Puebla*, México, 2010.
- [23] J. R. Hansen, "Spaceflight Revolution", *NASA Langley Research Center*, Virginia, EEUU, 1995.
- [24] H. Jeffs, "Inflation Theory", *NewScientist*, vol. 198, pp. 81, 2008.

- [25] E. Schnitzer, "A Manned Orbital Space Laboratory", *NASA Conference on Thermal Radiation Problems in Space Technology*, Langley Research Center, Virginia, 1960.
- [26] R. D. White, "Apollo Experience Report: Command Module Up Righting System", *NASA Manned Spacecraft Center*, Informe Técnico, EEUU, 1973.
- [27] H. Benaroya, L. Bernold, K. M. Chua, "Engineering, Design and Construction of Lunar Bases", *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 15, nº2, 2002.
- [28] E. Seedhouse, *Bigelow Aerospace: Colonizing Space, One Module at a Time*, 2015th ed. Chichester (UK): Praxis Publishing. 2014.
- [29] "Genesis Program", *Bigelow Aerospace*, 2018. [En línea]. Disponible en: <http://bigelowaerospace.com/pages/genesis/>
- [30] A. Knapp, "NASA Awards \$17.8M Contract for Inflatable Addition to Space Station", *Forbes*, 2013. [En línea]. Disponible en: <https://www.forbes.com/sites/alexknapp/2013/01/14/nasa-awards-17-8m-contract-for-inflatable-addition-to-space-station/#455e907d1c1d>. Acceso: Julio 2018.
- [31] J. Aron, "Inflatable Space hotel to be tested by space station crew", *NewScientist*, abril 2016. [En línea]. Disponible en: <https://www.newscientist.com/article/2083006-inflatable-space-hotel-to-be-tested-by-space-station-crew/> . Acceso: Julio 2018.
- [32] J. Aron, "Power play starts for next-gen space stations Power play starts for next-gen space stations", *NewScientist*, vol. 230, pp. 16-17, 16-04-2016.
- [33] "RSC Energia patented inflatable space module for ISS", *RSC Energia*, octubre 2015. [En línea]. Disponible en: https://www.energia.ru/en/news/news-2015/news_10-14.html
- [34] T. Usuki, K. Yogo, "Beam Equations for Multi-Walled Carbon Nanotubes Derived from Flügge Shell Theory", *Proceedings: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 465, no. 2104, pp. 1199-1226, 2009.
- [35] F. Jurado Jiménez, *Introducción a las láminas sin flexiones*, Seminario de Diseño de Estructuras, Universidad Politécnica de Madrid, 1983

[36] S.P. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger, *Theory of Plates and Shells*, 2nd ed. New Delhi: Tata McGraw-Hill. 2010.

[37] R. M. Foster "Structural Design and Verification Requirements", *Space Station Program Office*, NASA, EEUU, 2000.

[38], "Airship Design Criteria", Federal Aviation Administration, no. FAA-P-8110-2, EEUU, 1995.

[39] M. Finckenor, "Multilayer Insulation Material Guidelines," NASA, EEUU, 1999.

[40] J. Hinkle, G. Sharpe, J. Lin, C. Wiley, R. Timmers, "Intelligent Flexible Materials for Space Structures", NASA, EEUU, 2010.

[41] A. Whitmire, L. Leveton, H. Broughton, M. Basner, A. Kearney, L. Ikuma, M. Morris, "Minimum Acceptable Net Habitable Volume for Long-Duration Exploration Missions," NASA, EEUU, 2015.

[42] M. E. Criswell, W. Z. Sadeh, J. Abarbanel, "Design and Performance Criteria for Inflatable Structures in Space", *Engineering, Construction, and Operations in Space V: proceedings of Fifth International Conference on Space Structures*, pp. 1045-1051, 1996.

[43] S. Häuplik-Meusburgera, B. Sommerb, M. Aguzzic, "Inflatable technologies: Adaptability from dream to reality", *Acta Astronautica*, nº 65, pp. 841-852, 2009.

[44] "TransHab Concept", *International Space Station History*, NASA, 2003. [En línea]. Disponible en: <https://spaceflight.nasa.gov/history/station/transhab/>

[45] S. Häuplik-Meusburgera, B. Sommerb, M. Aguzzic, "Inflatable technologies: Adaptability from dream to reality", *Acta Astronautica*, no. 65, pp. 841-852, 2009.

[46] K. J. Kennedy, J. Raboin, G. Spexarth, Gerard Valle, "Inflatable Structures Technology Handbook", *Inflatable Habitats*, ch. 21, NASA, 2000.

[47] J. J. Westfahl, "Kevlar® Dare Bigger™ Moments: Inspired by Stephanie Kwolek", *DuPont™*, 2015. [En línea]. Disponible en: <http://www.dupont.com/products-and-services/fabrics-fibers-nonwovens/fibers/articles/joel-westfahl-story.html>

- [48] R. Destefanis, E. Amerio, M. Briccarello, M. Belluco, M. Faraud, E. Tracino, C. Lobascio, "Space Environment Characterisation of Kevlar®: Good for bullets, debris and radiation too", *Thales Alenia Space*, Italia, 2009.
- [49] "Vectran," *Kuraray™*, 2018. [En línea]. Disponible en: <http://www.kuraray.us.com/products/fibers/vectran/>
- [50] R. B. Fette, M. F. Sovinski, "Vectran Fiber Time-Dependent Behavior and Additional Static Loading Properties", *NASA*, EEUU, 2004.
- [51] B. K. Joosten, "Preliminary Assessment of Artificial Gravity Impacts to Deep-Space Vehicle Design", *NASA*, EEUU, 2007.
- [52] B. G. Drake, "Human Exploration of Mars Design: Reference Architecture 5.0", *NASA*, EEUU, 2009.
- [53] "Esferoide", *Wikipedia: La enciclopedia libre*, 2018. [En línea]. Disponible en: <https://es.wikipedia.org/wiki/Esferoide>
- [54] "Kevlar Technical Guide", *DuPont™*, 2018. [En línea]. Disponible en: http://www.dupont.com/content/dam/dupont/products-and-services/fabrics-fibers-and-nonwovens/fibers/documents/Kevlar_Technical_Guide.pdf
- [55] "Vectran: Grasp The World Of Tomorrow", *Kuraray America, Inc*, 2013. [En línea]. Disponible en: <http://imattec.com/linked/vectran%20-%20technical%20data.pdf>
- [56] D.L. Logan, M. Hourani, "Membrane Theory for Layered Ellipsoidal Shells", *Journal of Pressure Vessel Technology*, vol. 105, no. 4, pp. 356-362, 1983.